

评《关于相对拓扑》*

周友成

(浙江大学)

编者按：本刊1981年第一期（总第二期）上发表程极泰同志的“关于相对拓扑”一文后，收到邓迎春同志来信及周友成同志来稿，对程文发表不同意见。为活跃学术风气，开展讨论，今登出周友成同志的评《关于相对拓扑》一文，供参考。

《数学研究与评论》81年第一期上程极泰同志在《关于相对拓扑》一文中首先指出M. Eisingberg《Topology》第135页上一个反例的错误，并作了分析。我们认为这个分析是欠妥的。

该书定理2.10是指出子空间中的闭集是什么，命题2.11指出子空间 Y 中的一个子集 A 若是在相对拓扑中开（或闭）的，且子空间 Y 本身也在 X 中是开（或闭）的，则 A 在 X 中是开（或闭）的。这两个命题无疑都是正确的。在定理2.10证完之后，书中指出“如 $A \subset Y$ ， A 在整个空间 X 中是开的或闭的，那么相对 Y ， $A = A \cap Y$ 是开的或闭的。一般说来，其逆不真。”（其逆当然就是： $A \subset Y$ ， A 若在子空间 Y 中是开的或闭的，则它在整个空间 X 中也是开的或闭的。）这段话也是正确的。接着作者想举一个反例：集 A 虽在子空间 Y 中既开又闭，但 A 在 X 中却既不开也不闭。毛病就在 $A = [0, 1[$ 在 $Y = [0, 1]$ 中是开的而并不闭（这点无论从直接按定义验证，或是从 Y 在 X 中是连通的都容易看出）。但这个毛病也仅仅是举例上的失误，并不涉及与“书中紧接着的命题相矛盾”，即不存在逻辑上的关系。我们认为程文对这个错误的分析是不妥的，似乎反而增加了混乱，应该予以澄清。

事实上，原书作者所希望的例子并不难举出（若 $A \approx Y$ ，则必然要求 Y 在 X 中是不连通的）。比如， X 还是指实数通常拓扑空间， $Y = [0, 1[\cup [2, 3]$

$A = [0, 1[\subset Y$ 在 Y 中既开又闭，但 A 在 X 中是既不开又不闭的。

其次，程文接着介绍了文献中现成的关于闭包的三种定义，并针对这些不同定义法及他对反例的上述分析，评述说：“由于邻域较开集有更多的任意性，所以邻域构造拓扑要具备五点性质，而用开集构造拓扑，则只从三点性质引出。加上相对拓扑概念与整体拓扑之间的一种转换关系，显然是完全从整个拓扑空间的开集来定义各概念是比较不会有误解的”。我们认为这段话是值得商榷的。难道三条就比五条好？定义拓扑空间可以从开集出发，可以从邻域系出发，也可以从闭包出发等等。许多著作中（如J. I. Nagata《Modern General Topology》）都论述了它们是等价的，任何一种都不会引起什么误解。就是M. Eisingberg一书也谈及了此点。在实际应用拓扑学时，往往要针对具体情况，看用开集还是用邻域系来引进拓扑或相对拓扑以及其它概念为最方便。对逻辑上等价的体系绝对地评定优劣是不当的。就是针对初学者而言，邻域系概念因为更原始，也因而较易接受。事实上，完全从邻域系出发的书也不少，如J. D. Baum《Element of Set point Topology》。此书恰恰因为较通俗易懂，中译本不久即可由人民教育出版社出版。

以上管见仅供程极泰同志参考，并就教于拓扑学家，希批评指正。

*1981年10月31日收到。 郭竹瑞推荐（浙江大学）