1982年 第2卷 第3期
Vol.2, No.3, 1982

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH & EXPOSITION

关于各类插值样条函数*

陈天平

（复旦大学）

去年在第二届全国逼近论会议上，浙江大学论文集中提出各种形式的插值样条，给出了收敛阶的估计以及一些渐近展开．但结果不大精确，且每一种都需冗繁的计算．

本文应用我们多次用过的方法，统一处理这些问题．由此看出，我们的方法不仅简洁，而且可普遍适用于许多类似问题．

首先，我们引进在[1]中得到的结果．

设 Δ_n: $\left\{\frac{\nu}{n}\right\}$, $\nu=0,1,\cdots,n$, 是区间 [0,1] 上一个均匀分划，$h=\frac{1}{n}$, $0=a_0<a_1<\cdots<a_{m+1}=1$, $t_{\nu;i}=x_\nu+a_i h$, $\nu=0,1,\cdots,n-1$, $i=0,1,\cdots,m+1$. 设 $f(x)\in C^r[0,1]$, $r\geqslant\max(r_0,\cdots,r_{m+1})$, 称 $s_n(x)=s_n(f;x)$ 为 $f(x)$ 的以 x_ν 为样条节点，$t_{\nu,i}$ 为 r_i+1 重插值节点的 Hermite 插值样条函数，如果满足：

(1) 在 $[x_\nu,x_{\nu+1}]$ 上是一个 s 阶多项式，$s=r_0+\cdots+r_{m+1}+m+1$;

(2) $s_n^{(l)}(t_{\nu,i})=f^{(l)}(t_{\nu,i})$, $i=0,1,\cdots,m+1$, $l=0,1,\cdots,r_i$, $\nu=0,1,\cdots,n-1$,

设 $u_{i,j}(x)$ 为满足下列条件的 s 阶多项式

$$u_{i,j}^{(l)}(a_k)=\delta_{i,k}\cdot\delta_{j,l},\quad i,k=0,1,\cdots,m+1,\quad l,j=0,1,\cdots,r_k,$$
$$u_{i,j}(x)\equiv0,\quad i=0,1,\cdots,m+1,\quad j=r_i+1,\cdots,s.$$

则当 $x\in[x_\nu,x_{\nu+1}]$ 时，

$$s_n(x)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=0}^{s}h^j f^{(j)}(t_{\nu;i})u_{i,j}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right),$$

在[1]中，我们证明了下述

定理* 设 $f(x)\in C^r[0,1]$, $s\geqslant r\geqslant\max(r_0,\cdots,r_{m+1})$, 则当 $x_\nu\leqslant x\leqslant x_{\nu+1}$, $q\leqslant r$ 时，

$$\|s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)\|=O(h^{r-q}\omega(f^{(r)};h)),$$

如 $f(x)\in C^{s+1}[0,1]$, 则

$$f^{(q)}(x)-s_n^{(q)}(x)=h^{s+1-q}f^{(s+1)}(x_\nu)R^{(q)}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right)+O(h^{s+1-q}\omega(f^{(s+1)};h)),$$

* 1981年11月13日收到.

这里

$$R(x)=\frac{(x-a_0)^{r_0+1}\cdots(x-a_{m+1})^{r_{m+1}+1}}{(s+1)!}.$$

首先，我们讨论五次混合插值样条，其定义如下：

设 n 是奇数，$s_n(x)$ 为满足下述条件的五次样条：

(i) $s_n(x)\in C^3[0,1]$;

(ii) 在 $[x_\nu,x_{\nu+1}]$ 上，$\nu=0,1,\cdots,n-1$，$s_n(x)$ 为五次多项式；

(iii) $s_n(x_\nu)=f(x_\nu)$，$\nu=0,1,\cdots,n$，

$$s_n'(x_{2\nu+1})=f'(x_{2\nu+1}),\quad \nu=0,1,\cdots,\frac{n-1}{2},$$

$$s_n''(x_{2\nu})=f''(x_{2\nu}),\quad \nu=0,1,\cdots,\frac{n-1}{2},$$

(iv) $s_n'(x_0)=f'(x_0)$，$s_n''(x_n)=f''(x_n)$

我们证明

定理 1 设 $f(x)\in C^r[0,1]$，$2\leqslant r\leqslant 5$，则对定义中的五次样条函数，成立着

$$\|s_n^{(p)}(x)-f^{(p)}(x)\|=O\left(n^{p-r+1}\omega\left(f^{(r)};\frac{1}{n}\right)\right)\quad(p\leqslant r-1).$$

如果令 $u_{i,j}(x)$ $(i=0,1,\ j=0,1,2)$ 为满足下列条件的五次多项式

$$u_{i,j}^{(l)}(k)=\delta_{i,k}\cdot\delta_{j,l}\quad(i,k=0,1,j,l=0,1,2)$$

以及当 $x\in(x_\nu,x_{\nu+1})$，

$$s_n^*(x)=\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^jf^{(j)}(x_{\nu+i})u_{i,j}\left(\frac{x-x_0}{h}\right)$$

则由定理(*)，我们只要估计 $s_n''(x_{2k+1})-f''(x_{2k+1})$ 以及 $s_n'(x_{2k})-f'(x_{2k})$ 就可以了。

我们需要

引理 1 设 $f(x)\in C^r[0,1]$，$(2\leqslant r\leqslant 5)$，则当 $r=2$ 时，

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}f^{(j)}(x_{\nu+i})u_{i,j}''(0)=O(h^2\omega(f'';h)),$$

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}f^{(j)}(x_{\nu-1+i})u_{i,j}''(1)=O(h^2\omega(f'';h)),$$

当 $r>2$ 时，

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^{j-3}f^{(j)}(x_{\nu+i})u_{i,j}'''(0)=f'''(x_\nu)+O(h^{r-3}\omega(f^{(r)};h))$$

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^{j-3}f^{(j)}(x_{\nu-1+i})u_{i,j}'''(1)=f'''(x_\nu)+O(h^{r-3}\omega(f^{(r)};h)).$$

当 $r\geqslant 3$ 时，由定理(*)自明. 当 $r=2$ 时，可参见[2].

引理 2 当 $f(x)\in C^6[0,1]$时，

$$\frac{1}{h^3}\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^j f^{(j)}(x_{\nu+i})u'''_{i,j}(0)=f'''(x_\nu)-h^3f^{(6)}(x_\nu)R'''(0)+O(h^3\omega(f^{(6)};h))$$

$$\frac{1}{h^3}\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^j f^{(j)}(x_{\nu-1+i})u'''_{i,j}(1)=f'''(x_\nu)-h^3f^{(6)}(x_\nu)R'''(1)+O(h^3\omega(f^{(6)};h))$$

这里 $R(x)=\frac{1}{6!}x^3(x-1)^3$,

这也是定理(*)的自然推论.

定理 1 的证明 当 $x\in[x_\nu,x_{\nu+1}]$,

$$s_n(x)=\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^j s_n^{(j)}(x_{\nu+i})u_{i,j}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right),$$

$$h^q s_n^{(q)}(x)=\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{2}h^j s_n^{(j)}(x_{\nu+i})u_{i,j}^{(q)}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right),$$

由于 $s_n(x)\in c^3[0,1]$，得到连续性方程

$$\begin{aligned}&f(x_{2k})u'''_{0,0}(0)+f(x_{2k+1})u'''_{0,1}(0)+hs'_n(x_{2k})u'''_{1,0}(0)+hf'(x_{2k+1})u'''_{1,1}(0)+h^2f''(x_{2k})u'''_{2,0}(0)\\&\qquad+h^2s''_n(x_{2k+1})u'''_{2,2}(0)\\&=f(x_{2k-1})u'''_{0,0}(1)+f(x_{2k})u'''_{0,1}(1)+hf'(x_{2k-1})u'''_{1,0}(1)+hs'_n(x_{2k})u'''_{1,1}(1)\\&\qquad+h^2s''_n(x_{2k-1})u'''_{2,0}(1)+h^2f''(x_{2k})u'''_{2,1}(1).\end{aligned}\tag{1}$$

注意到 $u'''_{1,0}(0)=u'''_{1,1}(1)$，利用引理 1，立即得到

$$[s''_n(x_{2k-1})-f''(x_{2k-1})]+[s''_n(x_{2k+1})-f''(x_{2k+1})]=O\left(h^{r-2}\omega\left(f^{(r)};\frac{1}{n}\right)\right)\tag{2}$$

利用 n 为奇数以及端点条件得

$$|s''_n(x_{2k+1})-f''(x_{2k+1})|=O(h^{r-3}\omega(f^{(r)};h))\tag{3}$$

同时，由另一组连续性方程

$$\begin{aligned}&f(x_{2k})u'''_{0,0}(1)+f(x_{2k+1})u'''_{0,1}(1)+hs'_n(x_{2k})u'''_{1,0}(1)+hf'(x_{2k+1})u'''_{1,1}(1)+h^2f''(x_{2k})u'''_{2,0}(1)\\&\qquad+h^2s'_n(x_{2k+1})u'''_{2,1}(1)\\&=f(x_{2k+1})u'''_{0,0}(0)+f(x_{2k+1})u'''_{0,1}(0)+hf'(x_{2k+1})u'''_{1,0}(0)+hs'_n(x_{2k+2})u'''_{1,1}(0)\\&\qquad+h^2s''_n(x_{2k+1})u'''_{2,0}(0)+h^2f''(x_{2k+2})u'''_{2,1}(0)\end{aligned}\tag{4}$$

同样可得

$$\begin{aligned}&hu'''_{1,0}(1)\{[s'_n(x_{2k})-f'(x_{2k})]-[s'_n(x_{2k+2})-f'(x_{2k+2})]\}+2h^2u'''_{2,1}(1)[s''_n(x_{2k+1})\\&\qquad-f''(x_{2k+1})]=O(h^r\omega(f^{(r)};h)).\end{aligned}\tag{5}$$

利用(3)式及端点条件，对 k 求和

$$|s'_n(x_{2k})-f'(x_{2k})|=O(h^{r-2}\omega(f^{(r)};h)).\tag{6}$$

把(3)，(6)式代入 $s_n^{(q)}(x)$的表达式，并利用定理(*)立即得到定理 1。

为了得到当 $f(x)\in c^6[0,1]$时的渐近展开式，首先，我们指出当 s 是一个五次多项式时 $s_n(s;x)=s(x)$，因此，减去一个适当的多项式，可以假定 $f^{(6)}(0)=0$，故由连续模性质，$|f^{(6)}(x)|\leqslant h^{-1}\omega(f^{(6)};h)$。

类似(2)式，把引理 2 代入连续性方程可得($R'''(0)=-R'''(1)$)

$$u'''_{2,0}(1)\{[s''_n(x_{2k-1})-f''(x_{2k-1})]+[s''_n(x_{2k+1})-f''(x_{2k+1})]\}$$

$$=2h^4f^{(6)}(x_{2k})R'''(0)+O(h^4\omega(f^{(6)};h))\quad\left(k=1,\cdots,\frac{n-1}{2}\right)\tag{7}$$

由于 n 为奇数，$s''_n(x_n)=f''(x_n)$易得

$$u'''_{2,0}(1)[s''_n(x_{2k-1})-f''(x_{2k-1})]=2h^4f^{(6)}(x_{2k})+O(h^4\omega(f^{(6)};h))$$

或

$$u'''_{2,0}(1)[s''_n(x_{2k-1})-f''(x_{2k-1})]=O(h^4\omega(f^{(6)};h)).$$

总之，

$$|s''_n(x_{2k-1})-f''(x_{2k-1})|=O(h^3\omega(f^{(6)};h)).\tag{8}$$

同样，由连续性方程组(4)

$$hu'''_{1,0}(1)\{[s'_n(x_{2k})-f'(x_{2k})]-[s'_n(x_{2k+2})-f'(x_{2k+2})]\}+2h^2u'''_{2,1}(1)[s''_n(x_{2k+1})$$
$$-f''(x_{2k+1})]=-2h^6f^{(6)}(x_{2k+1})R'''(0)+O(h^6\omega(f^{(6)};h)).$$

对 k 求和，注意 $s'(x_0)=f'(x_0)$，

$$s'_n(x_{2k})-f'(x_{2k})=\frac{h^6}{hu'''_{1,0}(1)}\left[2\sum_{j=0}^{k-1}f^{(6)}(x_{2j+1})+4\frac{u'''_{2,1}(1)}{u'''_{2,0}(1)}\sum_{j=0}^{k-1}f^{(6)}(x_{2j})\right]R'''(0)$$
$$+O(h^4\omega(f^{(6)};h))$$

$$=\frac{h^4}{u'''_{1,0}(1)}\left\{[f^{(5)}(x_{2k})-f^{(5)}(0)]+\frac{2u'''_{2,1}(1)}{u_{2,0}(0)}[f^{(5)}(x_{2k})-f^{(5)}(0)]\right\}R'''(0)+$$
$$O(h^4\omega(f^{(6)};h))$$

利用定理(*)，$f^{(6)}(x_v)=O(h^{-1}\omega(f^{(6)};h))$，以及把 $s''_n(x_{2k+1})-f''(x_{2k+1})$，$s'_n(x_{2k})-f'(x_{2k})$的表达式代入，我们见到

$$s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)=\begin{cases}\dfrac{h^{5-q}}{u'''_{1,0}(1)}\left\{[f^{(5)}(x)-f^{(5)}(0)]+2\dfrac{u'''_{2,1}(1)}{u'''_{2,0}(1)}[f^{(5)}(x)-f^{(5)}(0)]\right\}\\ \cdot R'''(0)u_{1,0}^{(q)}\left(\dfrac{x-x_{2k}}{h}\right)+O(h^{5-q}\omega(f^{(6)};h))\quad(x_{2k}\leqslant x\leqslant x_{2k+1})\\ \dfrac{h^{5-q}}{u'''_{1,0}(1)}\left\{[f^{(5)}(x)-f^{(5)}(0)]+2\dfrac{u'''_{2,1}(1)}{u'''_{2,0}(1)}[f^{(5)}(x)-f^{(5)}(0)]\right\}\\ \cdot R'''(0)u_{1,1}^{(q)}\left(\dfrac{x-x_{2k}}{h}\right)+O(h^{5-q}\omega(f^{(6)};h))\quad(x_{2k-1}\leqslant x\leqslant x_{2k})\end{cases}$$

把具体数字代入，我们得到

定理 2 设 $f(x)\in C^6[0,1]$，则当 $0\leqslant q\leqslant 5$，

$$s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)=\begin{cases}-\left(\dfrac{1}{24}\right)^2[f^{(5)}(x)-f^{(5)}(0)]u_{1,0}^{(q)}\left(\dfrac{x-x_{2k}}{h}\right)h^{5-q}\\ +O(h^{5-q}\omega(f^{(6)};h))\qquad (x_{2k}\leqslant x\leqslant x_{2k+1})\\ -\left(\dfrac{1}{24}\right)^2[f^{(5)}(x)-f^{(5)}(0)]u_{1,1}^{(q)}\left(\dfrac{x-x_{2k}}{h}\right)h^{5-q}\\ +O(h^{5-q}\omega(f^{(6)};h))\qquad (x_{2k-1}\leqslant x\leqslant x_{2k})\end{cases}$$

运用我们这里的方法，也很容易得到[4]中有关的结果，并找出了所有 $s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)$ 的渐近展开．对于三次混合插值也有类似的结果，这里不拟详述．

下面我们讨论导数插值样条，在[5]中称(P)，(Q)型插值样条．

设 Δ_n：$\left\{\dfrac{\nu}{n}\right\}$，$s_n(x)$为满足下列条件的三次样条函数

(i) $s_n(x)\in c^2[0,1]$；

(ii) 在$[x_\nu,x_{\nu+1}]$上，$\nu=0,1,\cdots,n-1$，是三次多项式；

(iii) $s_n'(x_\nu)=f'(x_\nu)$，$\nu=0,1,\cdots,n$，$s_n(0)=f(0)$，$s_n(1)=f(1)$，或

(iii)′ $s_n''(x_\nu)=f''(x_\nu)$，$\nu=0,1,\cdots,n$，$s_n(0)=f(0)$，$s_n(1)=f(1)$．

设 $u_{i,j}(x)$ $(i,j=0,1)$为满足下列条件的三次多项式

$$u_{i,j}^{(l)}(k)=\delta_{i,l}\cdot\delta_{j,k}.$$

则当 $x\in[x_\nu,x_{\nu+1}]$，

$$s_n(x)=s_n(x_\nu)u_{0,0}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right)+s_n(x_{\nu+1})u_{0,1}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right)+hf'(x_\nu)u_{1,0}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right)$$

$$+hf'(x_{\nu+1})u_{1,1}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right)$$

由于 $s_n(x)\in c^2[0,1]$，故

$$\begin{aligned}&s_n(x_{\nu-1})u_{0,0}''(1)+s_n(x_\nu)u_{0,1}''(1)+hf'(x_{\nu-1})u_{1,0}''(1)+hf'(x_\nu)u_{1,1}''(1)\\&=s_n(x_\nu)u_{0,0}''(0)+s_n(x_{\nu+1})u_{0,1}''(0)+hf'(x_\nu)u_{1,0}''(0)+hf'(x_{\nu+1})u_{1,1}''(0)\end{aligned}\qquad(9)$$

由[3]知，$s_n(x)$存在且唯一的充要条件是 n 为奇数故我们以后设 n 为奇数．类似于引理 1，2 成立着

引理 3 设 $f(x)\in C^r[0,1]$ $(0\leqslant r\leqslant 3)$，则当 $r<2$ 时，

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}h^jf^{(j)}(x_{\nu+i})u_{i,j}''(0)=O(h^{r-2}\omega(f^{(r)};h)),$$

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}h^jf^{(j)}(x_{\nu-1+i})u_{i,j}''(1)=O(h^{r-2}\omega(f^{(r)};h)),$$

当 $r=2,3$ 时，

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}h^j f^{(j)}(x_{\nu+i})u''_{i,j}(0)=h^2 f''(x_\nu)+O(h^r\omega(f^{(r)};h)),$$

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}h^j f^{(j)}(x_{\nu-1+i})u''_{i,j}(1)=h^2 f''(x_\nu)+O(h^r\omega(f^{(r)};h))$$

由于 $u''_{0,1}(1)=u''_{0,0}(0)$，$u''_{0,0}(1)=u''_{0,1}(0)$，应用引理3和前面类似的方法

$$[s_n(x_{\nu-1})-f(x_{\nu-1})]-[s_n(x_{\nu+1})-f(x_{\nu+1})]=O(h^r\omega(f^{(r)};h))$$

结合端点条件，n 为奇数，对 ν 求和得

$$|s_n(x_\nu)-f(x_\nu)|=O(h^{r-1}\omega(f^{(r)};h)).$$

综合定理(*)可得

$$\|s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)\|=O(h^{r-q-1}\omega(f^{(r)};h)).$$

当 $f(x)\in C^4[0,1]$时，由定理(*)

$$h^2 f''(x_\nu)-\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}f^{(j)}(x_{\nu-1+i})h^j u''_{i,j}(1)=h^4 f^{(4)}(x_{\nu-1})R''(1)+O(h^4\omega(f^{(4)};h)),$$

$$h^2 f''(x_\nu)-\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}f^{(j)}(x_{\nu+i})h^j u''_{i,j}(0)=h^4 f^{(4)}(x_\nu)R''(0)+O(h^4\omega(f^{(4)};h)).$$

由于 $R''(0)=R''(1)$，代入(9)式得

$$[s_n(x_{\nu-1})-f(x_{\nu-1}]-[s_n(x_{\nu+1})-f(x_{\nu+1})]=O(h^4\omega(f^{(4)};h)).$$

由是

$$s_n(x_\nu)-f(x_\nu)=O(h^5\omega(f^{(4)};h)).$$

结合定理(*)及 $f^{(4)}(x_\nu)=O(h^{-1}\omega(f^{(4)};h))$得

$$\|s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)\|=O(h^{4-q-1}\omega(f^{(4)};h)).$$

总起来，我们得到

定理3 设 $f(x)\in C^r[0.1]$，$1\leqslant r\leqslant 4$，则

$$\|s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)\|=O(h^{r-q-1}\omega(f^{(r)};h)).\quad (q\leqslant r-1)$$

对于二阶导数插值三次样条函数，我们需要下列三次多项式 $u_{i,j}(x)$ $(i=0,1,2,\ j=0,1)$，它们满足

$$u_{i,j}^{(l)}(k)=\delta_{i,l}\cdot\delta_{j,k}\qquad(i,l=0,2,\ j=0,1)$$

$$u_{1,0}(x)\equiv u_{1,1}(x)\equiv 0.$$

类似地可证得

引理 4 设 $f(x)\in C^r[0,1]$，$r=2,3$，当 $x\in(x_\nu,x_{\nu+1})$

$$s_n^*(x)=\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{1}h^i f^{(i)}(x_{\nu+j})u_{i,j}\left(\frac{x-x_\nu}{h}\right)$$

则

$$\|s_n^{*(q)}(x)-f^{(q)}(x)\|=O(h^{r-q}\omega(f^{(r)};h)).\quad (q\leqslant r)$$

以及

$$\begin{aligned}&[s_n(x_\nu)-f(x_\nu)]u'_{0,0}(1)+[s_n(x_{\nu+1})-f(x_{\nu+1})][u'_{0,2}(1))-u'_{0,0}(0)]\\&\quad -[s(x_{\nu+2})-f(x_{\nu+2})]u'_{0,2}(0)\\&\quad =O(h^r\omega(f^{(r)};h)).\end{aligned}\tag{10}$$

把 $u'_{0,0}(0)$，$u'_{0,0}(1)$，$u'_{0,2}(0)$，$u'_{0,2}(1)$代入(10)式得

$$[s_n(x_\nu)-f(x_\nu)]-2[s_n(x_{\nu+1})-f(x_{\nu+1})]+[s_n(x_{\nu+2})-f(x_{\nu+2})]=O(h^r\omega(f^{(r)};h))$$

$$(\nu=0,1,\cdots,n-2)\tag{11}$$

注意到 $s_n(0)=f(0)$，$s_n(1)=f(1)$，把(11)中第 k 个方程乘以 $2^{k-1}+1$，然后相加得

$$s_n(x_{n-1})-f(x_{n-1})=O(h^{r-1}\omega(f^{(r)};h)),$$

同样

$$s_n(x_1)-f(x_1)=O(h^{r-1}\omega(f^{(r)};h)).\tag{12}$$

再把(11)中前面 k 个方程相加并注意(12)式，得

$$[s_n(x_k)-f(x_k)]-[s_n(x_{k-1})-f(x_{k-1})]=O(h^{r-1}\omega(f^{r-1};h))\quad (k=1,2,\cdots,n)\tag{14}$$

利用 $s_n(0)=f(0)$以及(12)式对(14)式中前 k 个式子求和得

$$|s_n(x_k)-f(x_k)|=O(h^{r-2}\omega(f^{(r)};h).$$

代入 $s_n(x)$的表示式以及利用引理3得

$$\|s_n^{(q)}(x)-f^{(q)}(x)\|=O(h^{r-2-q}\omega(f^{(r)};h)).\quad (q\leqslant r-2)$$

从上述定理及证明过程可以看出，我们完全避免了许多繁复的计算，很方便地处理这类问题以及其它许多插值样条函数，而且得到的结果是最佳的，不可改进的

参 考 文 献

[1] 陈天平，关于缺插值样条函数，中国科学(即将发表).

[2] 陈天平，关于 C^3 类缺插值样条函数，复旦学报19 4(1980) 395--403.

[3] 王守国，王国荣，上海师大学报 1(1980).

[4] 沙震，应用数学学报 2(1979) 1—5.

[5] 黄达人，沙震，关于混合插值样条函数(未发表).

On Some Lacunary Interpolation Splines

By *Chen Tianping* (陈天平)

Abstract

In this note some lacunary interpolation splines are discussed especially, there are so called splines of "P" type and "Q"type. We get theorems of existence, uniqueness, estimates of error, and asymptotic expansions for these splines.

全国组合数学学术讨论会定于1983年在大连召开

在中国数学会的大力支持下，1982年4月5日至8日，于华中工学院召开了组合数学学术讨论会筹备会。这次会议由华中工学院、华南师范学院、四川大学、大连工学院联合主办，由徐利治教授和钟集副教授主持。参加这次筹备会的有吉林大学、杭州大学、四川大学、华中工学院、大连工学院、华南师范学院、中国科学院合肥计算中心等七个单位的十位代表。在这次筹备会上，交流了各单位在组合数学方面的教学与科研情况，并作出了以下决定：

1. 一九八三年七、八月间在大连举行第一届组合数学学术讨论会，为期一周。主要交流科研成果与综合报告。

2. 组成了第一届组合数学学术讨论会的秘书组（由华中工学院数学系林化夷同志负责）和会务组（由大连工学院应用数学研究所张亚军同志负责）。

3. 提请第一届组合数学学术讨论会讨论成立中国组合数学研究会，这个研究会的宗旨是团结广大组合数学工作者，开展学术交流活动，促进组合数学理论及其在各个领域的广泛应用。

4. 筹备会希望国内外从事组合数学的同志们与朋友们，极积支持将于明年在大连召开的第一届组合数学学术讨论会，抓紧写作组合数学论文，在1983年4月15日以前将论文摘要（不超过三千字）寄至湖北省武汉市华中工学院数学系组合数学学术讨论会秘书组收。第一届组合数学学术讨论会只收组合数学论文，不收图论论文，要求每篇论文打印100份，供大会交流。

第一届组合数学学术讨论会秘书组