

悖论与数学基础问题(补充)

徐利治 朱梧楨 袁相琬 郑毓信

在我们的文章(Ⅲ)中,曾从认识论角度讨论了悖论的成因。这里还可进一步指出,单侧面的抽象概念思维(单相性抽象思维)和超限度的概念思维(无限制扩张式的抽象思维)往往是导致推理形式矛盾的基本原因。

从反映论观点看,凡是客观上具有某种对立统一的结构属性的对象(例如兼具有潜无限与实无限双重性质的无限性对象,兼具有‘连续性’与‘点积性’双重环节的时间连续统与直线连续统等等),在数学的单相性抽象形式思维里,均可能导致形式推理上的悖论。事实上,每一个数学概念都要求确定性和纯一性,它只能一意地反映客体对象中本来相互联结在一起的诸对立环节中被分离(割裂)出来的特定环节或侧面,所以由它出发进行形式推理也就必然会导致同另一对立环节的矛盾。这一点,例如 Hegel 在讨论 Zeno 悖论涉及对连续统双重环节的分析时,以及 Poincare 关于连续统基数的 Cantor 公式所作的注记中,都在不同程度上揭示了这类概念思维中难以避免的矛盾。[显然只有引进‘双相无限’与‘双相连续统’等非传统数学概念,才可能摆脱单相性抽象概念思维所带来的困难。]此外,象基于概括原则的一般集合概念所形成的集合论悖论以及一系列语意悖论等等,本质上都属于无限制的抽象概念思维所导致的矛盾。显然,公理化集论和现代分层语义学正是从限制概念范畴和区分概念层次来设法克服悖论困难的。

总之,从认识论上看,悖论来源的探讨可归结为概念形式思维的‘不完全性’的分析。偏离客观对象的单相性抽象概念思维和超脱实际的无限制扩充式的抽象思维都是导致悖论出现的必然原因。从这个意义上说,悖论确实具有‘不可避免性’。