第3卷 第4期
1983年10月

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION

Vol.3 No.4
Oct. 1983

随机复合系统的稳定性*

张炳根

（山东海洋学院）

由于实际工程问题中出现愈来愈多的大系统，对于这样的大系统的稳定性问题，直接利用李雅普诺夫第二方法去构造李雅普诺夫函数往往是困难的。1959年秦元勋首先提出大系统的分解问题，即把大系统分解成若干子系统，由子系统的稳定性来确定大系统的稳定性，后来王慕庆对线性复合系统的分解问题作了系统的工作[1][2]。国外第一篇讨论复合系统稳定性的文章是属于Bailey的[3]。此后已有一系列的工作，可以参考 Siljak[4]和Araki[5]写的综述文章，Michel等把Bailey的工作推广到Ito随机微分方程[6-8]。但 Michel 等的上述工作都是方法性的，缺乏如文献[1,2]那样的具体的稳定性判据。

本文研究 Красовский[10]和 Lakshanikantham[11] 研究的一类随机系统的分解问题。我们首先建立随机系统的比较原理，然后如Michel等那样讨论一般的非线性随机复合系统的分解问题。最后对一类随机的线性系统的分解问题。

§1 予备知识

我们研究随机微分方程[10,11]

$$x' = f(t,x,\eta(t)),\quad x(t_0)=x_0,\quad \eta(t_0)=\eta_0, \tag{1}$$

其中 $f\in C[R^+\times R^n\times R,\ R^n]$，$\eta(t)$，$t\in R^+$是定义在某概率空间$(\Omega,\mathscr{F},P)$上的实值马氏过程，我们将假设解$\{x(t,t_0,x_0,\eta_0),\ \eta(t,t_0,\eta_0)\}$对一切$t\geqslant t_0$存在，且 $f(t,0,\eta(t))\equiv 0$。这里解的含意是$n+1$维向量$\{x(t,t_0,x_0,\eta_0),\ \eta(t,t_0,\eta_0)\}$的每一个现实满足方程(1)。

在§4中为了给出具体的稳定性判据，还限定随机过程$\eta(t)$是取有限个状态的齐次马尔科夫链，即在每时刻$\eta(t)$取有限集$Y(y_1,y_2,\cdots,y_r)$中的一个值y_i，且Δt时刻后从 y_i 到y_j的转移概率 $P_{ij}(\Delta t)=\alpha_{ij}\Delta t+o(\Delta t)\ (i\neq j)$，$\alpha_{ij}$是常数，不失一般性的，我们干脆假设$y_i=i$ $(i=1,2,\cdots,r)$。

对于大系统的分解问题，常常利用李雅普诺夫第二方法[4,5]。本文中考虑的纯量函数

$$v(t,x,\eta(t)), \tag{2}$$

总假定它关于x，t连续可微，这个假定是为了方便，实际上可用较弱的条件来代替[11]。我们还假定$v(t,0,\eta(t))\equiv 0$。

设由初条件$t=t_0$时$x=x_0$，$\eta=\eta_0$所决定的解$\{x(t),\eta(t)\}$（这样记是为了方便），用记号$M[v(t,x(t),\eta(t))\,|\,x(t_0)=x_0,\ \eta(t_0)=\eta_0]$表示$v(t,x(x_0,t_0,\eta_0;t),\eta(\eta_0,t_0,t))$在$t\geqslant t_0$的数学期望。

*1980年11月25日收到。

在$x=x_0$，$\eta=\eta_0$，$t=t_0$函数v沿着方程(1)计算的

$$\frac{dM[v]}{dt}=\lim_{t\to t_0+0}\frac{1}{t-t_0}\{M[v(t,x(t),\eta(t))\,|\,x(t_0)=x_0,\eta(t_0)=\eta_0]-v(t_0,x_0,\eta_0)\}. \tag{3}$$

当$\eta(t)$是取有限个状态的马氏链的情况，在点 $x,\eta=j,t$ 计算的

$$\frac{dM[v]}{dt}=\frac{\partial v}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v}{\partial x_i}f_i(t,x,j)+\sum_{k\neq j}^{r}a_{jk}[v(t,x,k)-v(t,x,j)]. \tag{4}$$

方程(1)的平凡解$x=0$称为均方指数稳定，若对任意初值x_0存在正常数B，α使对一切$t\geqslant t_0$有

$$M[\|x(t)\|_2^2\,|\,x_0,\eta_0]\leqslant B\|x_0\|_2^2\exp(-\alpha(t-t_0)). \tag{5}$$

称(1)的平凡解$x=0$为均方稳定，若任给$\varepsilon>0$，存在$\delta>0$，当$\|x_0\|_2^2\leqslant\delta$时，在$t\geqslant t_0$有

$$M[\|x(t)\|_2^2\,|\,x_0,\eta_0]<\varepsilon. \tag{6}$$

若此外还存在正常数$H_0\leqslant\delta$，使对一切满足$\|x_0\|_2^2\leqslant H_0$的解有

$$\lim_{t\to\infty}M[\|x(t)\|_2^2\,|\,x_0,\eta_0]=0, \tag{7}$$

则称(1)的平凡解均方渐近稳定，

其中 $$\|x\|_2^2=x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2.$$

Кац等在文献[10]中对(1)的稳定性建立了一系列判据，我们把[10]中定理4.1和4.2以引理方式转述如下。

引理1 若对系统(1)存在函数$v(t,x,\eta(t))$满足估计

$$c_1\|x\|_2^2\leqslant v(t,x,\eta)\leqslant c_2\|x\|_2^2,$$
$$\frac{dM[v]}{dt}\leqslant -c_3\|x\|_2^2, \tag{8}$$

其中c_1,c_2,c_3是正常数，则系统(1)的解$x\equiv0$均方指数稳定。

引理2 若系统(1)的解$x=0$均方指数稳定，则存在函数$v(t,x,\eta)$满足条件(8)。

对于线性系统

$$\frac{dx}{dt}=A(\eta)x, \tag{9}$$

引理3 (9)的平凡解$x=0$均方指数稳定，则对任何给定的定正型$W(x,\eta)$存在唯一的同阶定正型$v(x,\eta)$满足估计(8)且

$$\frac{dM[v]}{dt}=-W(x,\eta) \tag{10}$$

(见文献[10]的定理4.3和6.1)。

§2 比较原理

考虑确定性的m维常微分方程组

$$u'=g(t,u),\qquad u(t_0)=u_0\geqslant0, \tag{11}$$

$g\in C[R^+\times R^{+m},R^m]$，$g(t,0)=0$。

定理1 设存在函数$v_i(t,x,\eta(t))$，$i=1,2,\cdots,m$，及函数$g_i(t,u_1,\cdots,u_m)$，$i=1,2,\cdots,m$，它们满足下列条件：

(i) g_i除连续性条件外，它关于$u_1,\cdots,u_{i-1}$，$u_{i+1},\cdots,u_m$是不减的，对于固定的 t，g_i关于$u_1,\cdots,u_m$是凹的；

(ii) v_i除满足引理中所做的假设外，还有沿方程(1)满足

$$\frac{dM[v_i]}{dt}\leqslant g_i(t,v_1,\cdots,v_m)\quad(i=1,2,\cdots,m).\tag{12}$$

设$\{r_i(t)=r_i^*(t,t_0,u_0),\ i=1,2,\cdots,m\}$是方程(11)的最大解。假如方程(1)的解$\{x(t)=x(t,t_0,x_0,\eta_0),\ \eta(t)=\eta(t,t_0,\eta_0)\}$存在，且

$$v_i(t_0,x_0,\eta_0)\leqslant u_{0i}\qquad(i=1,2,\cdots,m),\tag{13}$$

其中常数u_{0i}是方程组(11)的初值u_0的第 i 个分量，则

$$M[v_i(t,x,\eta)\,|\,x_0,\eta_0]\leqslant r_i(t,t_0,u_0),\quad t\geqslant t_0,\quad i=1,2,\cdots,m.\tag{14}$$

证　可用类似于文[11]的方法来证明，从略。

§3　非线性的复合系统

如果非线性的复合系统(1)可以分解为若干个子系统，即把(1)写成

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt}&=f_1(t,x_1,\eta)+h_1(t,x,\eta),\\ \frac{dx_2}{dt}&=f_2(t,x_2,\eta)+h_2(t,x,\eta),\\ &\vdots\\ \frac{dx_m}{dt}&=f_m(t,x_m,\eta)+h_m(t,x,\eta),\end{aligned}\tag{15}$$

其中$x_i\in R^{n_i}$，　$\sum_{i=1}^{m}n_i=n$，并设

$$f_i(t,0,\eta)\equiv h_i(t,0,\eta)\equiv 0,\quad i=1,2,\cdots,m.\tag{16}$$

设每一个弧立子系统

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t,x_i,\eta),\quad i=1,2,\cdots,m\tag{17}$$

的平凡解均方指数稳定，则由引理 2 存在函数 $v_i(t,x_i,\eta)$满足如下估计，

$$\begin{gathered}c_{1i}\|x_i\|_2^2\leqslant v_i(t,x_i,\eta)\leqslant c_{2i}\|x_i\|_2^2,\\ \frac{dM[v_i]}{dt}\leqslant -c_{3i}\|x_i\|_2^2.\end{gathered}\tag{18}$$

对于复合系统(15)采用李雅普诺夫函数

$$v(t,x,\eta)=\sum_{i=1}^{m}d_iv_i(t,x_i,\eta),\tag{19}$$

其中$d_i>0$，$i=1,2,\cdots,m$。于是

$$c_1\|x\|_2^2\leqslant v(t,x,\eta)\leqslant c_2\|x\|_2^2,\tag{20}$$

其中 $c_1=\min\limits_i d_ic_{1i}$，$c_2=\max\limits_i d_ic_{2i}$。

$$\left.\frac{dM[v_i]}{dt}\right|_{(15)}=\left.\frac{dM[v_i]}{dt}\right|_{(17)}+(\mathrm{grad}v_i)^Th_i(t,x,\eta).\tag{21}$$

现设关联项$h_i(t,x,\eta)$满足

$$(\mathrm{grad}v_i)^Th_i(t,x,\eta)\leqslant\beta_i\|x_i\|_2^2+\nu_i\|x\|_2^2,\quad i=1,2,\cdots,m,\tag{22}$$

其中 β_i，ν_i，$i=1,2,\cdots,m$ 是一些非负常数。

这样

$$\left.\frac{dM[v]}{dt}\right|_{(15)}\leqslant\Sigma d_i(-c_{3i}\|x_i\|_2^2+\beta_i\|x_i\|_2^2+\nu_i\|x\|_2^2)$$

$$\leqslant-\sum_{i=1}^m d_i(c_{3i}-\beta_i)\|x_i\|_2^2+\left(\sum_{i=1}^m d_i\nu_i\right)\|x\|_2^2.$$

令 $\min d_i(c_{3i}-\beta_i)=c$，并设 $c>0$，于是

$$\left.\frac{dM[v]}{dt}\right|_{(15)}\leqslant-(c-\sum_{i=1}^m d_i\nu_i)\|x\|_2^2. \tag{23}$$

这样，若有

$$c>\sum_{i=1}^m d_i\nu_i>0, \tag{24}$$

则由引理1得复合系统(15)的平凡解均方指数稳定。上述结果可以归纳为下列定理。

定理2 若复合系统(15)的每个子系统(17)的平凡解均方指数稳定，关联项满足估计(22)，且存在正常数 $d_1,d_2,\cdots,d_m$ 使成立(24)式，则复合系统(15)的平凡解均方指数稳定。

注 当 v_i 是有连续有界系数的 x_i 的二次型而 g_i 有一个线性阶时，条件(22)就被实际地满足。

现利用 M 矩阵的一些性质[5]来研究。

对(15)仍采用李雅普诺夫函数(19)，对于(15)中的关联项假设满足

$$(\mathrm{grad}v_i)^T h_i(t,x,\eta)\leqslant\beta_i\|x_i\|_2\left(\sum_{k=1}^m\beta_{ik}\|x_k\|_2\right), \tag{25}$$

则有

$$\left.\frac{dM[v]}{dt}\right|_{(15)}\leqslant-\frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^m(d_ia_{ik}+d_ka_{ki})\|x_i\|_2\|x_k\|_2, \tag{26}$$

其中

$$a_{ii}=c_{3i}-\beta_i\beta_{ii},\quad a_{ik}=-\beta_i\beta_{ik},\quad i\neq k. \tag{27}$$

若矩阵 $A=(a_{ij})$ 是 M 矩阵，则可以选择常数 $d_j>0$，$j=1,2,\cdots,m$，使(26)之右边为负定二次型。于是有下列定理。

定理3 若复合系统(15)的每一孤立子系统(17)均方指数稳定，关联项满足(25)，由(27)式定义的 $m\times m$ 矩阵 A 为 M 矩阵，则复合系统(15)的平凡解均方指数稳定。

现在用向量李雅普诺夫函数来研究同一个问题。

对(15)中的关联项假定满足

$$(\mathrm{grad}v_i)^T h_i(t,x,\eta)\leqslant\alpha_{ii}\|x_i\|_2\sum_{j=1}^m\beta_{ij}\|x_j\|_2, \tag{28}$$

则由(18)与(21)，应有

$$\left.\frac{dM[v_i]}{dt}\right|_{(15)}\leqslant-(c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii})\|x_i\|_2^2+\alpha_{ii}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^m\beta_{ij}\|x_i\|_2\|x_j\|_2. \tag{29}$$

利用一个不等式[2]，可以有

$$\left.\frac{dM[v_i]}{dt}\right|_{(15)}\leqslant\frac{(m-1)(\alpha_{ii}\beta_{i1})^2}{2c_{11}(c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii})}v_1+\cdots+\frac{(m-1)(\alpha_{ii}\beta_{ii-1})^2}{2c_{1i-1}(c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii})}v_{i-1}$$

$$-\frac{c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii}}{2c_{2i}}v_i+\cdots+\frac{(m-1)(\alpha_{ii}\beta_{im})^2}{2c_{1m}(c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii})}v_m$$

$$=a_{i1}v_1+\cdots+a_{im}v_m,\qquad i=1,2,\cdots,m,\tag{30}$$

其中

$$a_{ij}=\begin{cases}\dfrac{(m-1)(\alpha_{ii}\beta_{ij})^2}{2c_{1j}(c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii})}, & j\neq i,\\ -\dfrac{c_{3i}-\alpha_{ii}\beta_{ii}}{2c_{2i}}, & j=i.\end{cases}\tag{31}$$

设比较方程为

$$\frac{du}{dt}=Au,\tag{32}$$

利用定理 1 得

$$M[v_i]\leqslant u_i,\qquad i=1,2,\cdots,m.\tag{33}$$

定理4　若(15)的每一孤立子系统(17)均方指数稳定且关联项满足(28)，比较方程(32)的系数矩阵 A (其元素由(31)式定义)是稳定的，则复合系统(15)之平凡解均方指数稳定。

定理 4 对关联项 $h(t,x,\eta)$ 要求满足线性阶的限制。下面考虑更一般的情况。

设(15)之关联项 $h_i(t,x,\eta)$ 满足

$$(\mathrm{grad}v_i)^T h_i(t,x,\eta)\leqslant g_i(t,v_1,\cdots,v_m),\tag{34}$$

其中函数 g_i 满足定理 1 的条件。这时比较方程为

$$\frac{du_i}{dt}=-\frac{c_{3i}}{c_{2i}}u_i+g_i(t,\mu_1,\cdots,u_m).\tag{35}$$

于是有下列定理。

定理5　若复合系统 (15) 的每一个孤立子系统(17)的平凡解均方指数稳定，关联项满足不等式(34)，其中 g_i 满足定理 1 的条件且比较方程(35)的平凡解指数稳定，则复合系统(15)的平凡解均方指数稳定。

§4　线性复合系统

研究

$$\frac{dx}{dt}=A(\eta)x,\tag{36}$$

其中 η 为只取有限状态 $1,2,\cdots,r$ 的马氏链，转移概率为 α_{ij}。

考虑有 m 个孤立子系统的系统

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A_1(\eta)&0&\cdots&0\\0&A_2(\eta)&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\\0&0&\cdots&A_m(\eta)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_m\end{pmatrix}.\tag{37}$$

设每一个子系统

$$\frac{dx_i}{dt}=A_i(\eta)x_i \tag{38}$$

的平凡解均方指数稳定，则由(10)式存在定正函数

$$v_i(x_i,\eta)=\sum_{i,j=1}^{n_i}\frac{1}{2}v_{ij}^{(i)}(\eta)x_i^{(i)}x_j^{(i)}, \tag{39}$$

满足估计式

$$c_{1i}\|x_i\|_2^2\leqslant v_i(x_i,\eta)\leqslant c_{2i}\|x_i\|_2^2, \tag{40}$$

$$\left.\frac{dM[v_i]}{dt}\right|_{(38)}=-\|x_i\|_2^2. \tag{41}$$

现在对复合系统(36)来计算$\frac{dM[v_i]}{dt}$,

$$\left.\frac{dM[v_1]}{dt}\right|_{(36)}=\left.\frac{dM[v_1]}{dt}\right|_{(38)}+\sum_{k=1}^{n_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_k^{(1)}}\left(\sum_{i=1}^{n_2}a_{k,n_1+i}x_i^{(2)}+\cdots+\sum_{i=1}^{nm}a_{k,n-nm+i}x_i^{(m)}\right)$$

$$=-\|x_1\|_2^2+\sum_{k=1}^{n_1}\left[\sum_{i=1}^{n_1}v_{ki}^{(1)}x_i^{(1)}\left(\sum_{i=1}^{n_2}a_{k,n_1+i}x_i^{(2)}+\cdots+\sum_{i=1}^{nm}a_{k,n-nm+i}x_i^{(m)}\right)\right]. \tag{42}$$

令

$$B_{ik}^{(2)}(j)=v_{1k}^{(1)}(j)a_{1,n_1+i}(j)+v_{2k}^{(1)}(j)a_{2,n_1+i}(j)+\cdots+v_{n_1k}^{(1)}(j)a_{n_1,n_1+i}(j),$$

$$\cdots$$

$$B_{ik}^{(m)}(j)=v_{1k}^{(1)}(j)a_{1,n-nm+i}(j)+v_{2k}^{(1)}(j)a_{2,n-nm+i}(j)+\cdots+v_{n_1k}^{(1)}(j)a_{n_1,n-nm+i}(j),$$

$$k=1,2,\cdots,n_1. \tag{43}$$

再令

$$L_{1k}=\max\left\{\frac{n-n_1}{2}[(B_{11}^{(k)2}(j)+\cdots+B_{1n_1}^{(k)2}(j)),\ (B_{21}^{(k)2}(j)+\cdots+B_{2n_1}^{(k)2}(j)),\right.$$

$$\left.\cdots,\ (B_{n_k1}^{(k)2}(j)+\cdots+B_{n_kn_1}^{(k)2}(j))],\ j=1,2,\cdots,r\right\}, \tag{14}$$

$$k=2,\cdots,m.$$

与文[2]相同的步骤可以得到

$$\left.\frac{dM[v_1]}{dt}\right|_{(36)}\leqslant-\frac{1}{2}\|x_1\|_2^2+L_{12}\|x_2\|_2^2+\cdots+L_{1m}\|x_m\|_2^2$$

$$\leqslant-\frac{1}{2c_{21}}v_1+\frac{L_{12}}{c_{12}}v_2+\cdots+\frac{L_{1m}}{c_{1m}}v_m. \tag{45}$$

类似地可得

$$\left.\frac{dM[v_2]}{dt}\right|_{(36)}\leqslant\frac{L_{21}}{c_{11}}v_1-\frac{1}{2c_{22}}v_2+\cdots+\frac{L_{2m}}{c_{2m}}v_m, \tag{46}$$

$$\cdots$$

$$\left.\frac{dM[v_m]}{dt}\right|_{(36)} \leqslant \frac{L_{m1}}{c_{11}}v_1 + \frac{L_{m2}}{c_{12}}v_2 + \cdots + (-1)\frac{1}{2c_{2m}}v_m,$$

其中记号 L_{ij} 与 L_{1j} 类似的定义。

这样一来，得到比较方程：

$$\frac{du_1}{dt} = -\frac{1}{2c_{11}}u_1 + \frac{L_{12}}{c_{12}}u_2 + \cdots + \frac{L_{1m}}{c_{1m}}u_m, \tag{47}$$

$$\cdots$$

$$\frac{du_m}{dt} = \frac{L_{m1}}{c_{11}}u_1 + \frac{L_{m2}}{c_{12}}u_2 + \cdots + (-1)\frac{1}{2c_{2m}}u_m.$$

这样就得到下述定理。

定理 6　对于随机线性系统(36)，若它的每一个孤立子系统(38)均方指数稳定，又 m 阶常系数微分方程组(47)的解渐近稳定，即矩阵

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2c_{21}} & \frac{L_{12}}{c_{12}} & \cdots & \frac{L_{1m}}{c_{1m}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{L_{m1}}{c_{11}} & \frac{L_{m2}}{c_{12}} & \cdots & -\frac{1}{2c_{2m}} \end{pmatrix} \tag{48}$$

满足络茨-霍维兹条件，则复合系统(36)平凡解均方指数稳定。

证　由(45)与(46)式利用比较定理(定理 1)，即得结果。

这个定理是可以直接应用的，对工程计算来说有实用价值。

参考文献

[1] 王慕秋，稳定性理论中方程组的分解问题. 科学纪录 4:1 (1960), 1-5.

[2] 王慕秋，稳定性参数区域之扩大. 数学学报，18:2 (1975), 107-122.

[3] Bailey, F. N., The application of Lyapunov's second method to interconnected systems, *J. SIAM. Control Ser.* A, 3:3 (1965), 443-462.

[4] Siljak, D. D., Stability of arge-scale systems, *Proceedings of the IFAC* 5th world Congress (1972).

[5] Araki, M., Stability of Large-scale Nonlinear Systems Quadratic-Order Theory of Composite Systems Method Using M-Matrices, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. Ac-23, N. 2, pp. 129-142, 1978.

[6] Michel, A. N., Stability analysis of stochastic composite systems, *IEEE Trans. Automat. Coutr.*, Vol. Ac-20, pp. 246-250, 1975.

[7] Michel, A. N. and Rasmussen, R. D., Stability of stochastic composite systems, *IEEE Trans. Automat Contr.*, Vol. Ac-21, pp. 89-94, 1976.

[8] Rasmussen, R. D. and Michel, A. N., On vector Lyapunov function for stochastic dynamical systems, *IEEE Trans. Automat Contr.*, Vol. Ac-21, pp. 250-254. 1976.

[9] Michel, A. N., Stability analysis of stochastic large-scale systems, *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 55(1975), pp. 93-105.

[10] И. Я. Кац, Н. Н. Красовский, Об устойчивости систем со случайными параметрами, *ПММ*, Т. XXIV, 1960, 809-823;

[11] Ladde, G. S., Lakshanikantham, V. and Liv, p. T., Differential inequalities and stability and boundedness of stochastic differential equations, *J. Math. Anal. Appl.*, v. 48, N. 2 (1974), 341-352.

[12] Lakshanikantham, V. and LeeLa, S., Differential and Integral Inequalities, Vol. I, Academic Press, New york, 1969.

Stability of Stochastic Composite Systems

Zhang Bing-gen

(Shandong College of Oceanology)

Abstract

The stability of stochastic composite systems investigated by Красовский[10] and Lakshanikantham[11].

$$\frac{dx}{dt}=f(t,x,\eta(t))$$

was considered in this paper.

Let $\{\eta(t),\ t\in R^+\}$ be a Markov process which is defined on some probability space $(\Omega,\mathscr{F},P)$ and takes values in R. We used the method of Lyapunov's second method to discuss stability of stochastic composite systems. Suppose that the trivial solution of every subsystem of a composite system is exponential stable in the mean-square, we considered what condition satisfied by interconnected terms make it possible that the trivial solution of this composite system is also exponential stable in the mean-square.

we established in the second paragraph the comparative principle of vector Lyapunov functions. We used methods of scale Lyapunov function and vector Lyapunov function in giving the decomposition on theorems of general nonlinear composite systems in the third paragragh, For interconnected term we considered two situations of linear order and nonlinear order.

For linear stochastic systems, We obtained the theorem of composite systems in which we finited random elements to be homogeneous Markov chain and it is convendent in practical application.