

算子旋转度的一个应用*

王治伦

(齐齐哈尔建华厂工学院)

本文减弱了[1]的相应结果的条件。我们使用[1]的记号。下面就有关结果叙述如下。

定理1 设 H 是实 Hilbert 空间, $D \subset H$ 是一个非空闭凸子集, f 是定义于 D 上的算子, $f(D) \subset D$ 。如果对于 D 中的一切 $x, y (x \neq y)$ 有

$$\theta_y(f(x)) \cdot l_y(f(x)) \leq a < 1, l_y(f(x)) \leq 1, a > 0$$

则迭代

$$x^{k+1} = \lambda \cdot f(x^k) + (1-\lambda) \cdot x^k, k = 0, 1, 2, \dots, x^0 \in D$$

收敛于 f 在 D 中的唯一的不动点 x^* , 其中 $0 < \lambda < 1$ 。

定理2 设 H 是实 Hilbert 空间, $D \subset H$ 是一个非空凸子集, f 是定义于 D 上的算子, $f(D) \subset D$ 。如果对于 D 中的一切 $x, y (x \neq y)$ 有

$$\theta_y(f(x)) \leq 0, l_y(f(x)) \leq L, L \geq 1$$

则迭代

$$x^{k+1} = \lambda \cdot f(x^k) + (1-\lambda) \cdot x^k, k = 0, 1, 2, \dots, x^0 \in D$$

收敛于 f 在 D 中的唯一的不动点 x^* , 其中 $0 < \lambda < \frac{2}{L^2+1}$ 。

参 考 文 献

- [1] 葛人溥, 算子的旋转度及其在研究算子不动点中的应用, 数学研究与评论, 2(1982), 1, 29—36.

*1982年4月15日收到。