

论 高 斯*

陈 庆 益

(华中工学院)

高斯 (C.F. Gauss, 1777—1855) 生于德国 Brunswick, 1795—98 求学于 Göttingen 大学. 1807—55 任天文观测台台长及 Göttingen 大学教授.

大家都知道高斯的名言: “数学是科学的女王, 算术是数学的女王”*) 这里“算术”是在古希腊人的意义下理解的, 指的初等数论, 而区别于近代的解析数论.

高斯被认为是“数学家之王”.

我于 1978 年在兰州及 1979 年在云南的两次通俗演讲中, 曾对高斯的“名言”及其“王位”提出异议, 认为高斯处于变量数学为主流的时代, 竟不能认识变量数学应是当时数学的女王, 可说是一种时代悲剧; 我还认为, 高斯虽是天才的数学家, 却不是伟大的数学家, 他对后世的影响, 远不如拉格朗日 (J.L.Lagrange, 1736—1813)、哥西 (A.Cauchy, 1789—1857)、加罗瓦 (E.Galois, 1811—1832) 及黎曼 (G.F.B. Riemann, 1826—66) 等的影响之大. 这些人基本上是高斯的同代人, 可以说既是天才的数学家, 又是伟大的数学家.

今年初我看到 M. Kline 的《古今数学思想》第三卷中的一段话 (p.287): “尽管公认高斯至少是牛顿以后最大的数学家, 但与其说他是一个革新者, 倒不如说他是从十八世纪到十九世纪的过渡人物. 虽然他得出一些新观点, 确实吸引其他数学家们, 而他之面向过去, 更甚于面向未来.” 觉得这个评价是十分中肯的.

为了看清高斯主要是面向过去, 最好了解一下高斯的主要工作 (不必全部罗列). 现在把这些主要工作列举如下:

1. 用尺规十七等分圆 (1795—96).
2. 《算术研究》(Disquisitiones arithmeticae, 1801).
3. 代数基本定理的正确证明 (1801, 1816).
4. 超几何级数的收敛性讨论 (1812).
5. 最小二乘法 (1821, 1823).
6. 曲面的内在微分几何 (1827).
7. 复数理论 (1831).

此外还有关于线性代数方程组的求解方法、天体力学及磁学等的研究, 关于散度积分公式的个别情况. 未发表的工作有椭圆函数, 而不敢发表的工作有非欧几何.

* 1983 年 12 月 23 日收到.

*) 至于皇冠与明珠之说, 大概是杜撰或续貂.

必须说, 高斯所处的时代, 是变量数学正在蓬勃发展的时代; 而且数学的研究中心在法国, 而不在 Göttingen. 这就是高斯只能主要地面向过去而很少面向未来的客观原因. 下面根据高斯的上列主要工作具体地进行分析 and 论证.

高斯在 Göttingen 大学的头两项研究工作表明: 他所受的数学启蒙教育是古希腊的尺规作图难题和 Pythagoras 学派的神秘的整数的熏陶. 难怪他要说算术是数学的女王. 而早在他之前, 在瑞士和法国, 莱布尼兹 (G.W. von Leibniz, 1646—1716) 的学生和后继者们, 例如 Bernoulli 家族, 欧勒 (L. Euler, 1707—1783), 洛必达 (G.F. l'Hopital, 1661—1704) 及达朗贝 (J. Le Rond. D'Alembert, 1717—1783) 等, 都主要地从事变量数学的开拓与发展研究, 并给予后世以重大影响. 高斯在其名著《算术研究》中, 只从事初等数论的研究, 并没有把变量数学的方法引进去. 至于解析数论, 则是他在 Göttingen 的后继者狄里希雷 (P.G. Lejeune Dirichlet, 1805—1859) 及黎曼所开创的. 附带提到, 高斯的《算术研究》是用拉丁文写出的, 这也表明他的面向过去. 早在高斯以前, 笛卡尔 (R. Descartes, 1596—1650) 达朗贝及拉格朗日等人, 就用他们的本国文字 (法文) 写出了他们各自的名著, 更利于促进变量数学的发展.

高斯关于代数基本定理的多种严格证明, 当然只具有总结的性质; 远没有加罗瓦关于代数方程可解性研究所提出的群、域、扩张、正规子群及可解群等重大思想和概念所引致的广泛而深刻的影响.

高斯关于超几何级数收敛性的系统而严谨的研究, 只是变量数学的一个小课题, 根本不能与拉格朗日系统建立变分学这个整个分枝及哥西全面奠定分析数学和单复变函数论以及微分方程的初值问题等多个重大领域相提并论.

高斯关于最小二乘法及解线性代数方程组的研究, 当然有重大的实用价值. 但这两方面并非他的首创, 前者早有勒让德 (A. M. Legendre, 1752—1833) 与拉普拉斯 (P. S. Laplace, 1749—1827) 的研究, 后者也先有克拉美 (G. Cramer, 1704—1752) 的讨论. 不必说, 尽管高斯在这两方面都有所推进, 其影响终究是有限的.

高斯关于复数代数及算术的研究, 也只是一个不大的课题, 根本未进入复变量函数领域.

高斯对统计学虽也有所涉及, 例如现在通称的高斯分布 (正态分布), 但这无论如何不能与拉普拉斯在概率论中引进分析方法的开辟性工作相比.

高斯所开创的唯一的领域是曲面的内在微分几何. 但可惜的是: 他停留于二维情形; 而更深刻的一般讨论, 则是黎曼的贡献. 后者与爱因斯坦的广义相对论的关系, 是众所周知的.

当然, 更可惜的是: 高斯不敢发表关于非欧几何的工作. 须知, 非欧几何在数学思想及其哲学意义方面, 是有革命性的!

总结上面的分析和论证, 可以看出, 尽管高斯的确是一个天才的数学家, 但他绝非伟大的革新者. “他之面向过去, 甚于面向未来.” 对于天才的高斯, 这实在是一个时代的悲剧!

结合这一点, 我也十分欣赏 D. J. Struik 在《数学简史》(A Concise History of Mathematics) 一书中写出的结束语 (p. 285): “但即令是 Hilbert 的天才, 也不能预见今天

实际上已出现的和正在出现的某些惊人的发展。二十世纪的数学已按其自身的新途径在跃进。”本世纪四十年代以来出现的许多新的数学分支，特别是结合高速电子计算机的许多新领域，难道是 Hilbert 所能预见的吗？

所以，如果不去迎接数学发展的新主流，而仍然用一些古老的或半古老的“难题”去启蒙或引导新一代，不也会引致一些新的历史悲剧吗？须知，天才确实是有的，而且在十亿人民的我国，大概是不会太少的！

A Remark on C. F. Gauss

Chen Qing-yi

Abstract

Gauss is a genius mathematician, but not a great mathematician. He should have to say: calculus is the queen of mathematics. He faced rather to the past, than to the future, as M. Kline said. This is quite a historical tragedy. The key of this tragedy is: Gauss was educated in his youth by the spirit of ancient Greece mathematics, but not by the current (in his time) mathematics of variable quantities, as Euler, Lagrange and Cauchy were.