where $f(x,x)=x_1^2+x_2^3$, $g_1(x,x)=1$, $g_2(x,x)=e^{x_1x_2}$, $h_1(s,s)=1$ and $h_2(s,s)=e^{s_1-2s_1s_2}$.

From our result (19), we have

$$w(x)\leqslant E^2f(x)\leqslant(x_1^2+x_2^3)\exp(x_1x_2)\exp(x_2e^{x_1}-x_2).$$

From Yeh's result[2], we have

$$w(x)\leqslant(x_1^2+x_2^3)\exp(2x_1x_2)\exp(x_2e^{x_1}-x_2).$$

Obviously, the former is accurater than the later.

## References

[1] Dhongade, U. D. and Deo, S. G., Pointwise estimates of solutions of some Volterra integral equations, *J. Math. Anal.Appl.*, 45 (1974), 615—628.

[2] Cheh-Chihyeh, Bellman-Bihari integral inequalities in several independent variables, *J.Math Anal. Appl.*,87 (1982), 311—321.

[3] Sansone, G. and Conti, R., Non-linear Differential Equations, Pergamon Press, Oxford 1964.

[4] Bellman, R. and Cooke, K. L., Differential-Dfffcrence Equations, Academic Press, New York 1963.

# 答丁协平同志

颜心力

在本刊1982年第4期上见到丁协平同志指出拙作(简称文1)《不动点定理》是他人"结果(简称文2)的改述，其证明也是类似的".并说"这一方法主要用于证明下述事实：若算子$T:X\to X$的某次迭代满足具有唯一不动点性质的压缩条件，则$T^n$的不动点也是$T$的不动点".最后进一步说文1"只作了转化工作而未给出寻找$F$的新方法，因此无法认为该文是有意义的".

事实上，只要较为仔细地分析一下,就给发现二者至少有两处本质差异：1°文1设$T$，$F$映距离空间到自身；而文2要求$T$，$F$映Banach空间的闭集到自身、2°文1设$TF$有唯一不动点，而文2则要求$F$压缩．第1°条本质差异非常明显，可不论．对第2°条，众所周知，压缩、拓扑度、Schauder不动点定理、临界点理论以及为数众多的不动点定理(有些还需附加一定条件)均可成为算子具有唯一不动点的充分条件(压缩仅其中之一)．不妨看一个简单例子．设$X=(0,1]$，$Tx=x^\alpha$，$Fx=x^\beta$，$\alpha,\beta$为互异的大于2的实数．显然，$T,F$可换，$TF$非压缩且非$T^n$，但它在$X$有唯一不动点1．此例显然适合文1的条件而不为文2与丁的评论所满足．故改述二字不实．至于证明无需借鉴是不言自明的．

要求给出寻找$F$的新方法，等价于要求判定一个任意算子$T$的不动点的存在性，显然是人们无法解决的一个问题．