Jones定理的推广*

周友成

（浙江大学）

John Jones, Jr. 在[1]中证明了一个关于半连通映射的定理：设f是拓扑空间$(X,\mathscr{U})$到半局部连通空间$(Y,\mathscr{V})$上的1—1半连通映射，则f是连续的。以后并被别的文献[2],[3]所引用。本文把Jones定理中映射是1—1的条件去掉，并使原文中定理的证明得到简化。

定义 1 空间$(X,\mathscr{U})$到$(Y,\mathscr{V})$中的映射f称为半连通的，如果对$(Y,\mathscr{V})$的任一连通闭子集A，$f^{-1}(A)$为$(X,\mathscr{U})$中的连通子集。

定义 2 连通T_1空间$(X,\mathscr{U})$称为在x处半局部连通，如果存在x处的局部开基，使得对此开基中的任一元V，$X\backslash V$仅有有限多个分支；如对$\forall x\in X$，都具有上述性质，则称$(X,\mathscr{U})$为半局部连通空间。

引理 空间$(X,\mathscr{U})$到$(Y,\mathscr{V})$的映射f是连续的，当且仅当对任一Y中的开集V和一点$y\in V$，存在X中的包含$f^{-1}(y)$的开集$O_{f^{-1}(y)}$，使得$f(O_{f^{-1}(y)})\subset V$。

定理 f是拓扑空间$(X,\mathscr{U})$到半局部连通空间$(Y,\mathscr{V})$上的半连通映射，则f是连续的。

证 设V为Y中的一个开集$\forall y\in V$。因为$(Y,\mathscr{V})$是半局部连通的，则存在包含y的开集$V_y\subset V$且$Y\backslash V_y$由有限多个分支组成，记为$B_1,\cdots,B_n$，即$Y\backslash V_y=\bigcup_{i=1}^{n}B_i$。$B_i$是连通的且闭于$Y$（因为它闭于$Y\backslash V_y$），令$A_i=f^{-1}(B_i)$。

$\bigcup_{i=1}^{n}A_i=\bigcup_{i=1}^{n}f^{-1}(B_i)=f^{-1}(\bigcup_{i=1}^{n}B_i)=f^{-1}(Y\backslash V_y)=X\backslash f^{-1}(V_y)$，$f^{-1}(V_y)$是开集且$f^{-1}(V_y)\subset f^{-1}(V)$；令$O_{f^{-1}(y)}=f^{-1}(V_y)$，有$f^{-1}(y)\subset O_{f^{-1}(y)}$，$f(O_{f^{-1}(y)})\subset V$。由引理$f$是连续的。

参考文献

[1] John Jones, Jr., On semiconnecteol mappings of topological spaces, *Proc. A. M. S.*, 19(1968), 174—175.

[2] Long, P. E. and Mcgehee, E. E., Properties of almost continuous function, *Proc, A, M, S.* 24(1970), 175—160.

[3] Whyburn, G., Dynamic Topology, 1979, Springer-Verlag.

*1984年7月23日收到。