第5卷 第4期　　数学研究与评论　　Vol.5 No.4
1985年10月　　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　　Oct. 1985

半质环交换性的一点注记*

田承志

（哈尔滨师范大学）

设R是个半质环，C是R的中心，$f_i(x,y)$ $(i=1,2)$是关于m个x，n个y的乘积。本文之定理用比较简单的方法证明了下列之命题(Ⅰ)蕴含命题(Ⅱ)：

(Ⅰ)．若对任何$x,y\in R$，均有$f_1(x,y)-f_2(x,y)\in C$，则R为交换环．

(Ⅱ)．若对任何$x,y\in R$，均有$f_1(x,y)+f_2(x,y)\in C$，则R为交换环．

从而，给出了文献[5]、[8]、[9]若干定理的简短的证明．

引理　设R是个半质环，C是R的中心，n是一个自然数．若对任何$x\in R$均有$x^n\in C$，则R为交换环．

定理　设R是个半质环，C是R的中心，m，n均为自然数，$f_i(x,y)$ $(i=1,2)$是关于m个x、n个y的一个乘积．任取$x,y\in R$，若当恒有$f_1(x,y)-f_2(x,y)\in C$时R是交换环，则当恒有$f_1(x,y)+f_2(x,y)\in C$时，R亦为交换环．

1973年，R．Awtar[4] 证明了xy^2x-yx^2y恒为中心元的半质环是交换的．1978年，M. A. Quadri[5]证明了xy^2x+yx^2y恒为中心元的半质环是交换的．1980年，V. Gupta[6]证明了$(xy)^2-x^2y^2$恒为中心元的半质环是交换的．1982年，郭元春在[7]中证明了：$(xy)^2-(yx)^2$恒为中心元的半质环是交换的；$(xy)^2-y^2x^2$恒为中心元的半质环是交换的．接着在[8]中证明了$(xy)^2+(yx)^2$恒为中心元的半质环是交换的，又在[9]中证明了$(xy)^2+x^2y^2$恒为中心元的半质环是交换的；$(xy)^2+y^2x^2$恒为中心元的半质环是交换的．

上述定理都是先证明了带减号的情形，然后证明带加号的情形．本文之定理对上述带加号的情形给出了一个统一的简短的证明，使上述带加号的诸结果都成为其特例，即当$m=n=2$的情形．

*1983年8月12日收到．

参考文献

[1] Herstein., I. N., A theorem on rings, 1953, *Canad. J, Math*. V. 5 238—241.

[2] 谢邦杰，一般环之局部有界理想，东北人民大学学报（自然科学版）1955年第1期，13—15.

[3] Divinsky, N. J., Rings and Radicals. 1965, Toronto press, Toronto.

[4] Awtar, R., A remark on the commutativity of certain rings, *Prac. Amer. Math. Soc.*, 41(1973), 370—372.

[5] Qudri M. A., A note on commutativity of semi prime rings, *Math. Japonica*, 22(1978). No. 5. 509—511.

[6] Gupta. V., Some remerks on the commutativity of rings, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar*, 36(1980), No. 3—4, 233—236.

[7] 郭元春，结合环的交换性定理，吉林大学自然科学学报，1982年第3期，13—18.

[8] 郭元春，Baer半单纯环的某些交换性定理，吉林大学自然科学学报，1982年第4期，1—8.

[9] 郭元春，环的交换性条件，吉林大学自然科学学报，1983年第3期，19—25.

A Note of Commutativity of Semi-prime Rings

Tian Cheng-Zhi

(Harbin Teachers' University)

Abstract

Let R be a semi-primering, C be the center of R. Let $f_i(x,y)$ $(i=1,2)$ be a product of the m times x's and n times y's.

In this paper following theorem is proved: (Ⅰ) implies (Ⅱ), where

(Ⅰ) If $f_1(x,y)-f_2(x,y)\in C$ for every x,y in R, then R is commutative;

(Ⅱ) If $f_1(x,y)+f_2(x,y)\in C$ for every x,y in R, then R is commutative.

Thus very short proves of some theorems of references[5],[8],[9] are be given.