变系数线性系统稳定性的几个结果*

章　毅　　（内蒙古师大）

文〔1〕曾研究了变系数线性系统（1）$\frac{dx}{dt}=A_1(t)x$ 在系数缓变情况下零解的渐近稳定性。在那里的系数是要求有界的，因而不能处理无界系数的系统。为此，我们提出一种方法以对付某些无界系数系统。假设系统(1)可写为(2) $\frac{dx}{dt}=f(t)A(t)x$ 这里$f(t)$是实连续函数，$A(t)$是$n\times n$实连续函数矩阵。

定理1．若系统（2）满足$f(t)>0$，$\int_{t_0}^{+\infty}f(t)dt=+\infty$；$A(t)$的元素可微有界，并且$\mathrm{Re}\lambda(A(t))\leqslant-\delta<0$，$t\in[t_0,+\infty)$．则存在

$$\varepsilon>0,\ \varepsilon=\min_{t_0\leqslant t<\infty}\left\{\frac{\prod\limits_{i=1}^{n}\Delta_i(t)}{D(t)Q_1(t)+|C(t)|P_1(t)},\ \cdots,\ \frac{\prod\limits_{i=1}^{n}\Delta_i(t)}{D(t)Q_n(t)+|C(t)|P_n(t)}\right\}$$

使当$\frac{|a_{ij}(t)|}{f(t)}\leqslant\varepsilon$时系统（2）的零解是渐近稳定的。

注　由于$f(t)$可能是无界的，因而整个系统可以是无界的。如果$f(t)=1$，则得文〔1〕相应定理。

考虑系统（3）$\frac{dx}{dt}=A(t)x$

定理2．对于系统（3），若存在连续函数$f(t)$、$g(t)$满足

$f(t)>0$，$\int_{t_0}^{+\infty}f(t)dt=+\infty$，$e^{\int_{t_0}^{t}g(t)dt}$ 有界，且使$\frac{A(t)-g(t)E}{f(t)}\longrightarrow G\quad(t\to+\infty)$

而G的特征根均具负实部，则系统（3）的零解渐近稳定。

注　若$g(t)\equiv0$则得到文〔2〕中相应定理。

定理3．若系统（3）存在连续函数$f(t)$满足$e^{\int_{t_0}^{t}f(t)dt}$有界，且对称矩阵

$(A(t)-f(t)E)^T+(A(t)-f(t))$的所有特征根$\lambda_j(t)\leqslant-\delta(t)$，$\int_{t_0}^{+\infty}\delta(t)dt=+\infty$则系统（3）的零解渐近稳定。

注　若$f(t)\equiv0$，则得文（3）中相应定理。

考虑系统（4）$\frac{dx}{dt}=DA(t)x$；

定理4　若系统（4）中D是正定对称常数矩阵，且对称矩阵$A^T(t)+A(t)$的所有特

1985年1月14日收到。

（转123页）

References

〔1〕Stone, C·J·, Consistent nonparamtric regression, Ann. Statist., 5 (1977), No. 4, 595—645.

〔2〕Devroye, B. L., On the almost everywhere convergence of nonparametric regression function estimates, Ann. Statist., 9 (1981), No.6, 1310—1319.

〔3〕Wheeden, R. L. and Zygmund, A., Measure and Integral. Marcel Dekker, New York, 1977.

〔4〕Hoeffding, W., Probability inequalities for sums of bounded random variables, J. Amer. Statist. Assoc., **58**(1963), 13—30.

〔5〕Chen Xi-ru (陈希孺), The best convergence rates of kernel density function estimates, to appear in Chinese Annals of Mathematics.

（接124页）

征根 $\lambda_j(t)\leqslant-\delta(t)$，$\int_{t_0}^{+\infty}\delta(t)dt=+\infty$，则系统（4）的零解渐近稳定。

注 若 $D=E$，则得文（3）中相应定理。

本文是在斯力更付教授热情指导下完成的，深致谢意。

参 考 文 献

〔1〕秦元勋、王联、王慕秋，缓变系数动力系统的运动稳定性，中国科学，专辑（Ⅰ）、(1979)，242—253；

〔2〕尤秉礼、邱元庆，关于驻定系统零解的稳定性问题，数学学报，14(1964)，6，769—780；

〔3〕许淞庆，常微分方程稳定性理论，上海科学技术出版社（1984），332—335。