# 集合论的与代数的新的运算（Ⅲ）*

杨　安　洲

（北京工业大学）

**定义**　令$X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots\}$（可数无穷的集合），$\mathbf{P}(X)=\{A: A\subseteq X\}$，对于$A\in \mathbf{P}$ $\mathbf{P}(X)$，先作一一对应$A \rightleftarrows (i_1, i_2, \cdots, i_n, \cdots)$，其中$i_1, \cdots, i_n, \cdots \in\{0, 1\}$，满足$(\forall k)(x_k$ $(x_k\in A\Leftrightarrow i_k=1)\&(\forall k)(x_k\notin A\Leftrightarrow i_k=0)$，然后把A与A所对应的$(i_1, i_2, \cdots, i_n, \cdots)$作恒同的理解．命$\mathbf{F}(X)=\{A: A\in \mathbf{P}(X)\&A$是有限的集合$\}$，对于$A=(i_1, \cdots, i_u, \cdots)$，$B=(j_1, \cdots, j_n \cdots)\in \mathbf{F}(X)$，令$\varphi(A, B)=(k_1, \cdots, k_n, \cdots)$，其中当$\{l: i_l=j_l=0\}\neq\phi$（非空），$\min\{l: i_l=j_l=0\}=l_0$时取$k_{l_0}=1$，其余所有的$k_a$均与A中的$i_a$相同，然后再令$A*B=\varphi(A, B)\cap\varphi(B, A)$，即先用$\varphi$，然后用“交运算”，得到运算＊．最后，令$f(A, B; X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots)=(A*B)\cup(\bigcup_{k=1}^{\infty}X_k)$，其中$A, B; X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots\in \mathbf{P}(X)$．

**定理**　在运算$f$之下，由$\phi$（空集）出发，在$X_k$处代入$\phi$（空），$A=B=\phi$（空）；…，经任意有穷次的“函数复合”后得到$\mathbf{F}(X)$以及任一$\{x_n\}$（单元集），其中$x_n\in X$；然后对任一$C\in \mathbf{P}(X)$，$(C\subseteq X)$，$C\neq\phi$（非空），令$x_{l_0}\in C$，命$\{x_{l_0}\}=\phi^{m_{l_0}}=\phi*\phi*\cdots$（$m_{l_0}$个$\phi$在＊下“相乘），$m_{l_0}\geq 2$，此时取$A=\phi^{m_{l_0}-1}$，$B=\phi$；当$x_l\in C$时取$X_l=\{x_l\}$，当$x_l\notin C$时取$X_l=\phi$，则这样的$A, B$；$X_1, X_2, \cdots, X_n \cdots$代入$f$后即得$C=f(\phi^{m_{l_0}-1}, \phi; \cdots, X_{l_0}, \cdots, X_l, \cdots)$．也就是说，由$\phi$出发，先用$f$以及$f$的“函数复合”之后得到$\phi$，$\{x_1\}$，$\{x_2\}$，…，$\{x_n\}$，…，然后对于$A, B$；$X_1, X_2, \cdots, X_n$，…处适当地代入$\phi$，$\{x_1\}$，$\{x_2\}$，…，$\{x_n\}$，…后即得任一$C\in \mathbf{P}(X)$，即可生成$\mathbf{P}(X)$．

**附言**　有了新的运算（Ⅰ）、（Ⅱ）、（Ⅲ）之后，容易地得到关于它们的归纳法．

## 参　考　文　献

杨安洲，集合论的与代数学的新运算（Ⅱ），本刊本期．

* 1986年 6 月20日收到．