1988年2月

数学研究与评论
第八卷　第一期

M_1-空间的和定理*

杨　乐　成

（青海师范大学，西宁）

1961年，Ceder于文〔1〕引入了M_i-空间类（$i=1,2,3$）作为度量空间的推广．对M_2 M_2-空间和M_3-空间，他证明了局部有限闭和定理．然后Ceder问局部有限闭和定理对M_1-空间是否成立．高国士〔2〕给出了M_1-空间的两个局部有限和定理，部分地回答了Ceder的问题．本文的定理2和定理3分别改进了〔2〕的这两个结果．另外本文的定理4部分地回答了Nagata曾提出的问题：强零维的M_1-空间是M_0-空间吗？[3]本文中所论空间均是正则T_1的拓扑空间，N表示自然数集．

引理1　空间X是M_1-空间当且仅当X有一个由正则闭集组成的σ-闭包保持拟基．

集$A\subset X$称为半开集，若有开集P使$P\subset A\subset P^-$.

定理1　空间X是M_1-空间当且仅当X有一个由半开集组成的σ-闭包保持拟基．

推论1　设空间X使得$A\subset X$，$A^0\neq\phi$蕴含$A\subset A^{0-}$，那么X是M_1-空间当且仅当X是M_2-空间．

定义1　空间X的子集族$\mathscr{B}$叫做（关于开闭集）遗传闭包保持的，如果当从每个$B\in\mathscr{B}$中选定一个（开闭）子集$C(B)$时，所得集族$\{C(B):B\in\mathscr{B}\}$是闭包保持的．$\mathscr{B}$叫做强遗传闭包保持的，若$\mathscr{B}^-=\{B^-:B\in\mathscr{B}\}$是遗传闭包保持的．

显然，局部有限⇒强遗传闭包保持⇒遗传闭包保持⇒闭包保持．其逆均不成立．

引理2　设$\{\mathscr{A}_\alpha:\alpha\in\Lambda\}$是闭包保持集族的类且$\bigcup\mathscr{A}_\alpha\subset A_\alpha$．则当$\{A_\alpha:\alpha\in\Lambda\}$遗传闭包保持时，$\bigcup\{\mathscr{A}_\alpha:\alpha\in\Lambda\}$闭包保持．

引理3　设$S\subset X$是正则闭集，T是S的正则闭集，则T是X的正则闭集．所以若S的正则闭集族$\mathscr{A}$在S中闭包保持则$\mathscr{A}$是X的闭包保持正则闭集族．

由引理1、引理2和引理3可以证明

定理2　若空间X有一个σ-强遗传闭包保持开复盖$\mathscr{A}$，使$\mathscr{A}$中每个元的闭包是M_1-空间，则X是M_1-空间．

定理3　若空间X有一个σ-遗传闭包保持开复盖$\mathscr{A}$，使$\mathscr{A}$中每个元是M_1-空间则X是M_1-空间．

由定理2及定理3可分别得到〔2〕中定理4及定理3．所以〔2〕中定理3中关于正规性的假设是不必要的．

定理4　若强零维M_1-空间X具有σ-闭包保持基$\mathscr{B}=\bigcup\{\mathscr{B}_n:n\in N\}$使得每个$\mathscr{B}_n$关于开闭集遗传闭保持；则X是$M_0$-空间．

因强零维的度量空间具有σ-局部有限的开闭集，由〔1〕中定理4.1可得M_0-空间的度

* 1986年3月24日收到．

（转84页）

An Instability Theorem of Autonomous Systems and Its Application

Liu Bing

Abstract

In this paper, we give an instability theorem for autonomous systems by constructing Liapunov functions. It is generalization of Klasovskii theorem (see 〔2〕). Than, we give the sufficient conditions of instability, which are less than those of in 〔3〕, for two non-linear systems of third order.

(接22页)

量化定理.

定理5　M_0-空间X可度量化当且仅当X有一个σ-闭包保持开闭基$\mathscr{B}=\bigcup\{\mathscr{B}_n: n\in N\}$使得对每个$x\in X$及$n\in N$，$\bigcap\{B: x\in B\in\mathscr{B}_n\}$是X的邻域.

西北大学高智民同志对本文提出过许多有益建议，特此致谢.

参 考 文 献

〔1〕Ceder, J., Some generalizations of metric spaces, Pacific J. Math., 11(1961), 105—125.

〔2〕Gao Guoshi, A note on M_1-spaces, Pacific J. Math., 108(1983), 121—128.

〔3〕Junnila, H., A charaeterization of M_0-spaces, Proc. Amer. Math. Soc. 91(1984), 481—484.

On Sum Theorems For M_1-Spaces

Yang Lecheng

Abstract In this paper, two sum theorems for M_1-spaces are obtained. These results improve two results obtained by Gao Guoshi in 〔2〕 respectively. A result for M_0-spaces is also obtained which answers J.Nagata's question partly.