第9卷 第1期
1989年2月
数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol.9 No.1
Feb., 1989

线性系统标准分解的解耦问题*

吕洪范

(东北财经大学数量经济研究所，大连)

摘　　要

本文解决了线性系统标准分解在其分解的四个子空间上解耦为四个独立子系统的问题.

一、引　言

众所周知，Kalman的标准分解定理是现代控制理论的重要结论. L. Boloy于1980年在文献[3]中指出，Kalman1963年给出的证明有问题. 为此，Kalman在文献[4]中进行了说明. Chen与Chui于1986年在文献[2]中指出，"文献[5]的证明是错误的。"并说:"Kalman标准分解定理的证明尚未彻底解决". 我们认为Kalman标准分解定理的系统分解形式部分的证明早已解决，例如文献[6]于1979年就给出了. Kalman标准分解定理中的不可控与可观测子空间概念不清楚的问题，对于空间R^n分解形式缺少严格证明的问题等，已由文献[1]中所给的定义以及定理9, 10, 11所解决. 因此，Kalman标准分解定理的证明已经彻底解决.

为了本文的需要，下面给出我们对Kalman标准分解定理的叙述.

考虑线性系统

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad y = Cx \tag{1}$$

根据文献[1]定理9，空间R^n关于系统(1)可分解为$R^n = R_1 \oplus R_2 \oplus R_3 \oplus R_4$，其中

$R_1 = \mathrm{Im}W \cap \mathrm{Ker}M$(系统(1)的可控不可观测子空间);

$R_2 = \mathrm{Im}W \cap S_2$(系统(1)的可控可观测子空间);

$R_3 = S_3 \cap \mathrm{Ker}M$(系统(1)的不可控不可观测子空间);

$R_4 = S_3 \cap S_2$(系统(1)的不可控可观测子空间);

$$s_2 = R_2 \oplus R_4, \qquad s_3 = R_3 \oplus R_4$$

$$W = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) BB^{\tau} \Phi(t_0, t)^{\tau} \mathrm{d}t$$

$$M = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, t_0)^{\tau} C^{\tau} C \Phi(t, t_0) \mathrm{d}t$$

* 1986年9月4日收到. 1987年11月2日收到修改稿.

$\Phi(t,t_0)$是$\dot{\xi}=A\xi$的转移矩阵.

设T是由R_1，R_2，R_3，R_4的基底，按上述顺序排列而成的n阶矩阵.

定理1（Kalman标准分解定理） 利用变换$\overline{x}=T^{-1}x$，可把系统(1)化为系统:

i）系统(1)化为系统: $\dot{\overline{x}}=\overline{A}\,\overline{x}+\overline{B}u$，$y=\overline{C}\,\overline{x}$ (2)

其中

$$\overline{A}=T^{-1}AT=\begin{array}{c}\begin{pmatrix}\overline{A}_{11} & \overline{A}_{12} & \overline{A}_{13} & \overline{A}_{14}\\ 0 & \overline{A}_{22} & 0 & \overline{A}_{24}\\ 0 & 0 & \overline{A}_{33} & \overline{A}_{34}\\ 0 & 0 & 0 & \overline{A}_{44}\end{pmatrix}\end{array}\begin{array}{l}n_1\\ n_2\\ n_3\\ n_4\end{array},\quad \overline{B}=T^{-1}B=\begin{pmatrix}\overline{B}_1\\ \overline{B}_2\\ 0\\ 0\end{pmatrix}\begin{array}{l}n_1\\ n_2\\ n_3\\ n_4\end{array}$$

$$\overline{C}=CT=(\underset{n_1}{0}\ \vdots\ \underset{n_2}{\overline{C}_2}\ \vdots\ \underset{n_3}{0}\ \vdots\ \underset{n_4}{\overline{C}_4})$$

ii） 空间R^n关于系统(1)的分解 $\mathrm{R}^n=R_1\oplus R_2\oplus R_3\oplus R_4$化为空间$\mathrm{R}^n$关于系统(2)的分解 $\mathrm{R}^n=\overline{R}_1\oplus\overline{R}_2\oplus\overline{R}_3\oplus\overline{R}_4$，其中

$\overline{R}_1=\mathrm{Im}\overline{W}\cap\mathrm{Ker}\overline{M}$（系统(2)的可控不可观测子空间）

$\overline{R}_2=\mathrm{Im}\overline{W}\cap\mathrm{Im}\overline{M}$（系统(2)的可控可观测子空间）

$\overline{R}_3=\mathrm{Ker}\overline{W}\cap\mathrm{Ker}\overline{M}$（系统 (2)的不可控不可观测子空间）

$\overline{R}_4=\mathrm{Ker}\overline{W}\cap\mathrm{Im}\overline{M}$（系统(2)的不可控可观测子空间）

而

$$\overline{W}=\int_{t_0}^{t_1}\overline{\Phi}(t_0,t)\overline{B}\,\overline{B}^{\tau}\overline{\Phi}(t_0,t)^{\tau}\mathrm{d}t,\quad \overline{M}=\int_{t_0}^{t_1}\overline{\Phi}(t,t_0)^{\tau}\overline{C}^{\tau}\overline{C}\,\overline{\Phi}(t,t_0)\mathrm{d}t;$$

iii）状态变量$\overline{x}$分解为$\overline{x}=(\overline{x}_1\vdots\overline{x}_2\vdots\overline{x}_3\vdots\overline{x}_4)^{\tau}$，$\overline{x}_1\in\overline{R}_1$，$\overline{x}_2\in\overline{R}_2$，$\overline{x}_3\in\overline{R}_3$，$\overline{x}_4\in\overline{R}_4$

定理的证明，略.

能否把线性系统在其标准分解的四个子空间上解耦为四个独立的子系统的问题，一直是人们所关心的问题.

本文采用了一种特殊的时变变换，即以特殊的常系数齐次线性方程的转移矩阵按特殊的次序作为变换，解决了把线性系统在其标准分解的四个子空间上解耦为四个独立子系统的问题；并且论证了使用这种变换的合理性.

二、标准分解解耦定理

为了叙述方便起见，我们把某些关系用下面引理给出，由于证明较易，证明省略.

引理 i）设

$$\overline{A}=T^{-1}AT=\begin{pmatrix}\overline{A}_{11} & \overline{A}_{12} & \overline{A}_{13} & \overline{A}_{14}\\ 0 & \overline{A}_{22} & 0 & \overline{A}_{24}\\ 0 & 0 & \overline{A}_{3} & \overline{A}_{34}\\ 0 & 0 & 0 & \overline{A}_{44}\end{pmatrix}$$

它就是Kalman标准分解定理1中的$\overline{A}$，则$\dot{\xi}=\overline{A}\xi$的转移矩阵$\overline{\Phi}(t,t_0)=e^{\overline{A}(t-t_0)}$具有如下形式:

$$\overline{\Phi}(t,t_0)=e^{\overline{A}(t-t_0)}=\begin{pmatrix}\overline{\Phi}_{11}(t,t_0) & \overline{\Phi}_{12}(t,t_0) & \overline{\Phi}_{13}(t,t_0) & \overline{\Phi}_{14}(t,t_0)\\ 0 & \overline{\Phi}_{22}(t,t_0) & 0 & \overline{\Phi}_{24}(t,t_0)\\ 0 & 0 & \overline{\Phi}_{33}(t,t_0) & \overline{\Phi}_{34}(t,t_0)\\ 0 & 0 & 0 & \overline{\Phi}_{44}(t,t_0)\end{pmatrix}$$

其逆有如下形式：

$$\overline{\Phi}(t_0,t)=e^{\overline{A}(t_0-t)}=\begin{pmatrix}\overline{\Phi}_{11}(t_0,t) & \overline{\Phi}_{12}^* & \overline{\Phi}_{13}^* & \overline{\Phi}_{14}^*\\ 0 & \overline{\Phi}_{22}(t_0,t) & 0 & \overline{\Phi}_{24}^*\\ 0 & 0 & \overline{\Phi}_{33}(t_0,t) & \overline{\Phi}_{34}^*\\ 0 & 0 & 0 & \overline{\Phi}_{44}(t_0,t)\end{pmatrix}$$

其中，$\overline{\Phi}_{12}^*=-\overline{\Phi}_{11}(t_0,t)\overline{\Phi}_{12}(t,t_0)\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)$.

ii）设$\overline{A}$、$\overline{B}$，$\overline{C}$就是定理 1 中所给出的，则

$$\widetilde{B}(t)\triangleq e^{\overline{A}(t_0-t)}\overline{B}=\begin{pmatrix}\widetilde{B}_1(t)\\ \widetilde{B}_2(t)\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\widetilde{C}(t)\triangleq\overline{C}e^{\overline{A}(t_0-t)}=(0\ \vdots\ \widetilde{C}_2(t)\ \vdots\ 0\ \vdots\ \widetilde{C}_4(t))$$

其中

$$\begin{aligned}\widetilde{B}_1(t)&=\overline{\Phi}_{11}(t_0,t)\overline{B}_1-\overline{\Phi}_{11}(t_0,t)\overline{\Phi}_{12}(t,t_0)\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)\overline{B}_2\\ \widetilde{B}_2(t)&=\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)\overline{B}_2\\ \widetilde{C}_2(t)&=\overline{C}_2\overline{\Phi}_{22}(t,t_0),\\ \widetilde{C}_4(t)&=\overline{C}_2\overline{\Phi}_{24}(t,t_0)+\overline{C}_4\overline{\Phi}_{44}(t,t_0)\end{aligned}$$

iii).设

$$\widehat{A}=\begin{pmatrix}\widehat{A}_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \widehat{A}_{22} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \widehat{A}_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \widehat{A}_{44}\end{pmatrix}$$

$\widehat{A}$与$\overline{A}$有相同阶数；$\widehat{A}_{11}$，$\widehat{A}_{22}$，$\widehat{A}_{33}$，$\widehat{A}_{44}$ 分别是与 $\overline{A}_{11}$，$\overline{A}_{22}$，$\overline{A}_{33}$，$\overline{A}_{44}$ 有相同阶数的可任意选取的常数矩阵，则$\dot{\eta}=\widehat{A}\eta$的转移矩阵具有如下形式：

$$\widehat{\Phi}(t,t_0)=e^{\widehat{A}(t-t_0)}=\begin{pmatrix}\widehat{\Phi}_{11}(t,t_0) & 0 & 0 & 0\\ 0 & \widehat{\Phi}_{22}(t,t_0) & 0 & 0\\ 0 & 0 & \widehat{\Phi}_{33}(t,t_0) & 0\\ 0 & 0 & 0 & \widehat{\Phi}_{44}(t,t_0)\end{pmatrix},$$

iv）设$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{C}$就是定理 1 中所给出的，$\widehat{A}$就是iii）中所给出的，则

$$\widehat{B}(t) \triangleq e^{\widehat{A}(t-t_0)} e^{\overline{A}(t_0-t)} \overline{B} = \begin{pmatrix} \widehat{B}_1(t) \\ \widehat{B}_2(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\widehat{C}(t) \triangleq \overline{C} e^{\overline{A}(t-t_0)} e^{\widehat{A}(t_0-t)} = (0 \vdots \widehat{C}_2(t) \vdots 0 \vdots \widehat{C}_4(t)).$$

其中

$$\widehat{B}_1(t) = \widehat{\Phi}_{11}(t,t_0)\overline{\Phi}_{11}(t_0,t)\overline{B}_1 - \widehat{\Phi}_{11}(t,t_0)\overline{\Phi}_{11}(t,t_0)\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)\overline{B}_2$$

$$\widehat{B}_2(t) = \widehat{\Phi}_{22}(t,t_0)\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)\overline{B}_2$$

$$\widehat{C}_2(t) = \overline{C}_2\overline{\Phi}_{22}(t,t_0)\widehat{\Phi}_{22}(t_0 t)$$

$$\widehat{C}_4(t) = \overline{C}_2\overline{\Phi}_{24}(t,t_0)\widehat{\Phi}_{44}(t_0,t) + \overline{C}_4\overline{\Phi}_{44}(t,t_0)\widehat{\Phi}_{44}(t_0,t)$$

定理 2 （定常线性系统标准分解解耦定理）设$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{C}$，$\overline{T}$都是定理 1 中所给出的，又设

$$\widehat{A} = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} \overline{A}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{A}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{A}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{A}_{44} \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{array}$$

此处 $\overline{A}_{11}$，$\overline{A}_{22}$，$\overline{A}_{33}$，$\overline{A}_{44}$ 就是定理 1 中 $\overline{A}$ 所给出的，用变换 $\widehat{x} = e^{\widehat{A}(t-t_0)} e^{\overline{A}(t_0-t)} T^{-1}x$ 可把

i） 系统（1）化为系统：

$$\dot{\widehat{x}} = \widehat{A}\widehat{x} + \widehat{B}(t)u, \quad y = \widehat{C}(t)\widehat{x}, \tag{4}$$

其中

$$\widehat{B}(t) = \begin{pmatrix} \overline{B}_1 - \overline{\Phi}_{12}(t,t_0)\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)\overline{B}_2 \\ \overline{B}_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{array}$$

$$\widehat{C}(t) = (\underset{n_1}{0} \vdots \underset{n_2}{\overline{C}_2} \vdots \underset{n_3}{0} \vdots \underset{n_4}{\overline{C}_2\overline{\Phi}_{24}(t,t_0)\overline{\Phi}_{44}(t_0,t) + \overline{C}_4})$$

ii） R^n关于系统（1）的直和分解化为R^n关于系统（4）的直和分解 $R^n = \widehat{R}_1 \dot{\oplus} \widehat{R}_2 \dot{\oplus} \widehat{R}_3 \dot{\oplus} \widehat{R}_4$，其中

$$\widehat{R}_1 = \mathrm{Im}\widehat{W} \cap \mathrm{Ker}\widehat{M}, \qquad \widehat{R}_2 = \mathrm{Im}\widehat{W} \cap \mathrm{Im}\widehat{M},$$

$$\widehat{R}_3 = \mathrm{Ker}\widehat{W} \cap \mathrm{Ker}\widehat{M}, \qquad \widehat{R}_4 = \mathrm{Ker}\widehat{W} \cap \mathrm{Im}\widehat{M}$$

$$\widehat{W} = \int_{t_0}^{t_1} \widehat{\Phi}(t_0,t)\widehat{B}(t)\widehat{B}(t)^{\tau}\widehat{\Phi}(t_0,t)^{\tau}\mathrm{d}t$$

$$\widehat{M} = \int_{t_0}^{t_1} \widehat{\Phi}(t,t_0)^{\tau}\widehat{C}(t)^{\tau}\widehat{C}(t)\widehat{\Phi}(t,t_0)\mathrm{d}t$$

$$\widehat{R}_i = \overline{R}_i, \ i = 1,2,3,4; \ \widehat{W} = \overline{W}, \ \widehat{M} = \overline{M}$$

$\overline{R}_i$，$\overline{W}$，$\overline{M}$ 就是定理 1 中所给出的；

iii）状态变量$\widehat{x}$，分解为$\widehat{x}^{\tau}=(\widehat{x}_1 \vdots \widehat{x}_2 \vdots \widehat{x}_3 \vdots \widehat{x}_4)$，$\widehat{x}_i \in \widehat{R}_i$，$i=1,2,3,4$.

证明 首先，根据Kalman标准分解定理，用变换：$\overline{x}=T^{-1}x$，把系统（1）化为系统（2）；把R^n关于系统(1)的直和分解化为R^n关于（2）的直和分解 $R^n=\overline{R}_1 \oplus \overline{R}_2 \oplus \overline{R}_3 \oplus \overline{R}_4$，其中$\overline{R}_i$的表达式就是定理1中所给出的.

现在我们取变换：$\widetilde{x}=e^{\overline{A}(t_0-t)}\overline{x}$，把系统（2）化为系统：

$$\dot{\widetilde{x}}=e^{\overline{A}(t_0-t)}\overline{B}u, \quad y=\overline{C}e^{\overline{A}(t-t_0)}\widetilde{x}. \tag{5}$$

再作变换： $\widehat{x}=e^{\widehat{A}(t-t_0)}\widetilde{x}$ 就把系统（5）化为：

$$\dot{\widehat{x}}=\widehat{A}\widehat{x}+\widehat{B}(t)u, \quad y=\widehat{C}(t)\widehat{x}$$

根据（3）式知道，上式就是所要求的系统（4）.

当用变换 $\widehat{x}=e^{\widehat{A}(t-t_0)}e^{\overline{A}(t_0-t)}\overline{x}$ 对系统（2）进行变换时，根据文献［1］定理10，则对子空间$\overline{R}_i$上的状态的变换就是由单位矩阵进行．因此，$\widehat{R}_i=\overline{R}_i$．于是$R^n$关于（4）的分解为$R^n=\widehat{R}_1 \oplus \widehat{R}_2 \oplus \widehat{R}_3 \oplus \widehat{R}_4$；$\widehat{R}_i$的表达式就是定理中所给出的.

由于 $e^{\widehat{A}(t_0-t)}\widehat{B}(t)=e^{\overline{A}(t_0-t)}\overline{B}$，$\widehat{C}(t)e^{\widehat{A}(t-t_0)}=\overline{C}e^{\overline{A}(t-t_0)}$，则$\widehat{W}=\overline{W}$，$\widehat{M}=\overline{M}$．证毕.

于是，常系数线性系统(1)的标准分解解耦形式(4)在四个子空间 $\widehat{R}_1$，$\widehat{R}_2$，$\widehat{R}_3$，$\widehat{R}_4$上的四个独立子系统为：

在可控不可观测子空间 $\widehat{R}_1$ 上的子系统为：

$$\dot{\widehat{x}}_1=\overline{A}_{11}\widehat{x}_1+\overline{B}_1u-\overline{\Phi}_{12}(t,t_0)\overline{\Phi}_{22}(t_0,t)\overline{B}_2u\ ,\ y=0.$$

在可控可观测子空间 $\widehat{R}_2$ 上的子系统为：

$$\dot{\widehat{x}}_2=\overline{A}_{22}\widehat{x}_2+\overline{B}_2u, \quad y=\overline{C}_2\widehat{x}_2$$

在不可控不可观测子空间 $\widehat{R}_3$ 上的子系统为：

$$\dot{\widehat{x}}_3=\overline{A}_{33}\widehat{x}_3 \quad , \qquad y=0$$

在不可控可观子空间 $\widehat{R}_4$上的子系统为：

$$\dot{\widehat{x}}_4=\overline{A}_{44}\widehat{x}_4 \quad , \qquad y=\overline{C}_2\overline{\Phi}_{24}(t,t_0)\overline{\Phi}_{44}(t_0,t)\widehat{x}_4+\overline{C}_4\widehat{x}_4$$

注意， $\widehat{R}_i=\overline{R}_i$， 但 $\widehat{x}_i \neq \overline{x}_i$.

三、标准分解解耦定理的恰当性

首先我们举例说明，一般来说，不能用常数矩阵作变换得到标准分解的解耦形式．其次我们再说明定理2的恰当性.

例1 考虑系统

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix}u, \quad y=(0\ 1\ 0\ 1)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix} \tag{6}$$

容易验证，（6）本身就是Kalman标准分解形式，而且R^4关于（6）的分解为 $R^4=R_1\oplus R_2\oplus R_3\oplus R_4$，$x_1\in R_1$，$x_2\in R_2$，$x_3\in R_3$，$x_4\in R_4$.

若存在常数可逆矩阵T，把系统（6）在上述四个子空间上解耦．又由于标准分解要求特征值不变，则这个T必使下式成立：

$$T^{-1}\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}T=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

显然上式不成立，矛盾．这就是说，不存在这种可逆常数矩阵T，使系统（6）在上述四个子空间上解耦．应用定理2就可以把系统（6）在上述四个子空间上解耦为：

$$\dot{\hat{x}}=\hat{A}\hat{x}+\hat{B}(t)u,\qquad y=\hat{C}(t)\hat{x}$$

其中

$$\hat{A}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\qquad \hat{B}(t)=e^{\hat{A}(t-t_0)}e^{\bar{A}(t_0-t)}\bar{B}=\begin{pmatrix}1+(t_0-t)\\1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\hat{C}(t)=\bar{C}e^{\bar{A}(t-t_0)}e^{\hat{A}(t_0-t)}=[0\,\vdots\,1\,\vdots\,0\,\vdots\,(t-t_0)+1]$$

$\bar{A}$，$\bar{B}$，$\bar{C}$由系统（6）给出．

$$e^{\bar{A}(t_0-t)}=\begin{pmatrix}e^{(t_0-t)}&(t_0-t)e^{(t_0-t)}&0&(t_0-t)^2e^{(t_0-t)}\\0&e^{(t_0-t)}&0&(t_0-t)e^{(t_0-t)}\\0&0&e^{(t_0-t)}&0\\0&0&0&e^{(t_0-t)}\end{pmatrix}$$

$$\hat{x}^{\tau}=(\hat{x}_1\,\vdots\,\hat{x}_2\,\vdots\,\hat{x}_3\,\vdots\,\hat{x}_4)^{\tau}.$$

于是

$\hat{R}_1$：$\dot{\hat{x}}_1=\hat{x}_1+u+(t_0-t)u$，$y=0$

$\hat{R}_2$：$\dot{\hat{x}}_2=\hat{x}_2+u$，$y=\hat{x}_2$

$\hat{R}_3$：$\dot{\hat{x}}_3=\hat{x}_3$，$y=0$

$\hat{R}_4$：$\dot{\hat{x}}_4=\hat{x}_4$，$y=(t-t_0)\hat{x}_4+\hat{x}_4$

系统（4）具有下列性质：

1．系统（4）与常系数线性系统（2）代数等价，等价变换是两个常系数齐次线性方程的转移矩阵的积．

2．系统（4）与系统（2）有相同的输出．

3．系统（4）与系统（2）的可控性及可观测性完全相同．

事实上，性质1,2,3在定理2的证明中已给出．

4．系统（4）的状态方程具有常系数线性方程的最本质的特性："当平行移动时间轴时，方程的解不变"．

事实上，只要写出（4）的状态方程的解的表达式，立刻就可以看出性质4成立．即

$$\widehat{x}(t;t_0,x_0,u(t))=\widehat{x}(t+\tau;t_0+\tau,x_0,u_\tau),\quad u_\tau=u(t-\tau).$$

5．系统（4）与（2）有相同的特征值．

事实上，根据线性代数，知道 $\Lambda(\overline{A})=\bigcup_{i=1}^{n}\Lambda(\overline{A}_{ii})$，$i=1,2,3,4$，其中 $\Lambda(\overline{A})$ 是 $\overline{A}$ 的 n 个特征值全体集合，$\Lambda(\overline{A}_{ii})$ 是 $\overline{A}_{ii}$ 的 n_i 个特征值全体集合．

6．系统（4）与（2）有相同的维数的脉冲响应矩阵．

事实上，$\widehat{C}(t)e^{\widehat{A}(t)}\widehat{B}(t)=\widehat{C}_2e^{\overline{A}_{22}t}\overline{B}_2=\overline{C}e^{\overline{A}t}\overline{B}$.

7．系统（4）与系统（2）的BIBO稳定性一致．

事实上，根据5与6，若 $\overline{A}_{22}$ 的特征值实部都是负的，则系统（2））与（4）都是BIBO稳定的．

8．系统（4）与（2）的完全可控且完全可观测部分的极点配置是一致的．

综上所述，我们完全可以肯定定理2是恰当的．

另外，用变换：$\widetilde{x}=e^{A(t_0-t)}x$，把（1）化为：

$$\dot{\widetilde{x}}=e^{A(t_0-t)}Bu,\qquad y=Ce^{A(t-t_0)}\widetilde{x}. \tag{7}$$

再用变换 $\widetilde{\widetilde{x}}=e^{\widetilde{A}(t-t_0)}\widetilde{x}$，把（7）化为：

$$\dot{\widetilde{\widetilde{x}}}=\widetilde{A}\widetilde{\widetilde{x}}+\widetilde{B}(t)u,\quad y=\widetilde{C}(t)\widetilde{\widetilde{x}} \tag{8}$$

其中

$$\widetilde{B}(t)=e^{\widetilde{A}(t-t_0)}e^{A(t_0-t)}B,\quad \widetilde{C}(t)=Ce^{A(t-t_0)}e^{\widetilde{A}(t_0-t)};$$

其中 $\widetilde{A}$ 与 A 具有相同的特征值．

容易验证，系统（7）与（1）之间具有上述8条性质．

这就是说，对于一个常系数线性系统，我们不仅可以进行常数可逆矩阵的变换，而且可以进行上述时变可逆矩阵的变换．从定理2中已经看到进行这种变换的重要意义．

参 考 文 献

[1] 吕洪范，吉林大学自然科学学报，4(1985)，1—17.

[2] Guanrong chen and C：K. Chui，J.Math.Res and Exposition, Vol.6, No.2(1986). 75—79.

[3] Daniel 1.Boley，SIAM.J.Control and optimization; Vol. 18, No.6(1980)，624—626.

[4] R. E. Kalman, SIAMJ. Control and optimization Vol.20, No.2(1982)，258—260.

[5] 孙承启，自动化学报，3(1984)，195—202.

[6] 坂和愛幸著，線形システム制御論，朝倉書店，，1979.

Decoupling Problem of Canonical Decomposition of Linear Systems

Lu Hongfan

(Institute of Quantitative Economics,

DongBei University of Finanace & Economics)

Abstract

In this paper, the problem is solved that canonical decomposition of linear systems is decouplingly decomposed into four dependent subsystems in the four subspaces.

（接138页）

·高等数学习题集

曹绳武、王振中、于远许、张凤香编著　大32开　35万字　定价：2.48元

本书共分12章，每章均由例题、基本题和杂题组成。全书共收例题100个，基本题1430个和杂题900余个。本书根据高等工科院校数学课程指导委员会制订的《高等数学教学基本要求》编写的，对基本概念、运算技能和解题方法都有相应的要求，题目由易到难、难度得当，是理想的高等数学课程的配套教材，可供高等院校师生教学及青年自学之用。

本书于1987年7月出版。

·中值定理

〔日〕栗田稔著　姜乃斌译　周茂青校　32开　6万字　定价：0.45元

本书是微积分学小丛书中的一个分册。主要阐述微分中值定理的各种表述方法及应用，是大专院校学生理想的补充读物。

本书于1987年10月出版。

·极大与极小

张义燊编著　32开　9万字　定价：0.81元

本书是微积分学小丛书的又一分册。介绍一元函数和多元函数的极值问题，最后作为应用介绍了线性规划，各章后附习题。内容简明扼要，通俗易懂，所选例题形式多样，可供大中学生课外阅读和教师参考。

本书将于1989年2月出版。

读者订购本社已出版图书，请按图书目录价格汇款。单位邮购时，加收图书总价码10％的邮运费；个人邮购时，加收0.12元挂号费。预订即将出版的图书，请与我社发行科联系。请通过银行或邮局汇款，注明详细地址、书名和册数。

开 户 行：大连市农业银行甘井子区凌水营业所

帐　　号：53807043

收款单位：大连理工大学出版社

联 系 人：大连理工大学出版社发行科纪月云