第9卷 第4期
1989年11月

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL
RESEARCH AND EXPOSITION

Vol.9 No.4
Nov., 1989

超序列紧fts、可数超紧fts和超列紧fts*

宣立新

（南京化工动力专科学校）

文献[1]中定义了序列紧fts（每个不分明集序列有收敛的子序列）和可数紧fts（每个可数开覆盖存在有限子覆盖）．对于序列紧fts，得到“每个fts都是序列紧的”病态结果[1]，由此可见这样定义的序列紧fts不是一般拓扑学中序列紧的良扩张．对于可数紧fts，[2]在评论F-紧性时，论证了凡T_1空间都不是F-紧空间，以上的论证也可得到凡T_1空间都不是可数紧fts的病态结果．我们还要指出，[1]定义的可数紧fts也不是一般拓扑学中可数紧的良扩张．

例1 设$X=I$，$\mathscr{T}$是I上的通常拓扑，则$(X,\mathscr{T})$是紧空间，从而是可数紧空间，但$(X,\omega(\mathscr{T}))$不是“可数紧”(C.K.Wong意义下的)空间．事实上，令$\mathscr{U}=\{[1-\frac{1}{n}]\,|\,n\in N\}$，这里$[1-\frac{1}{n}]$表示在X上各点处取值$1-\frac{1}{n}$的F集，则$\vee\mathscr{U}=1$，但$\mathscr{U}$没有有限子覆盖．

本文给出与Fuzzy拓扑学中较好的紧性—超紧性[3]有密切联系的超序列紧性、可数超紧性和超列紧性，它们都是一般拓扑学中相应概念的良扩张，且具有一般拓扑学中相应概念的一些好的性质和fts自身的一些性质．

文中不加定义的概念参见[3]—[5]．

定义1 (X,δ)为fts，X中每个分明序列S都存在子列T，T有分明的可传极限点[5]，称(X,δ)为超序列紧fts．

显然超序列紧fts以通常的序列紧空间为特款．下面给出超序列紧fts的一些等价条件．

引理1 (X,δ)为fts，$(X,\eta(\delta))$中的序列$\{x^n:n\in N\}$若有极限点x，则对每个$a\in(0,1]$，a序列$\{x^n_{\lambda_n}:n\in N\}$在$(X,\delta)$中有极限点$x_a$．

定理1 (X,δ)为超序列紧fts的充要条件是分明拓扑空间$(X,\eta(\delta))$为序列紧空间．

定理2 (X,δ)为超序列紧fts，$a\in(0,1]$，则每个a序列S都存在子列T，T有高度为a的可传极限点．

定理3 (X,δ)为fts，若有$a\in(0,1]$，使每个常值a序列S都存在子列T，T有高度为a的可传极限点，则(X,δ)为超序列紧fts．

由定理2、定理3，有：

推论1 (X,δ)为超序列紧fts的充要条件是存在$a\in(0,1]$，每个常值a序列有子列，

* 1987年9月17日收到．

该子列有高度为α的可传极限点.

推论 2 (X,δ)为超序列紧fts的充要条件是存在$\alpha\in(0,1]$，每个α序列有子列，该子列有高度为α的可传极限点.

超序列紧性有以下主要性质：

定理 4 设$f:(X,\delta)\to(Y,\mu)$为满的F连续映射，若(X,δ)为超序列紧fts，则(Y,μ)也为超序列紧fts.

由定理4，有：

推论 3 超序列紧性为Fuzzy拓扑不变性.

推论 4 超序列紧fts的商空间是超序列紧fts.

定理 5 (X,δ)为超序列紧fts，A为X的分明闭子集，则X的子空间A为超序列紧fts.

定理 6 每个$i\in N$，(X_i,δ_i)为fts，则积空间$\prod_{i\in N}(X_i,\delta_i)$为超序列紧的充要条件是每个$i\in N$，$(X_i,\delta_i)$为超序列紧的.

定理 7 超序列紧fts的每个闭(开)子集可取到最大(小)值.

定义 2 (X,δ)为fts，若$(X,l(\delta))$为通常的可数紧空间，称(X,δ)为可数超紧fts.

可数超紧fts以通常的可数紧空间为特款. 显然超序列紧fts为可数超紧的，但反之不真.

引理 2 (X,δ)是Q-C_I fts，则$(X,l(\delta))$为C_I空间.

定理 8 (X,δ)为可数超紧的Q-$C_I$fts，则X为超序列紧fts.

超紧fts是可数超紧的，但反之不真.

定义 3 (X,δ)为fts，若$(X,l(\delta))$为lindelöf空间，称(X,δ)为超Lindelöf fts.

定理 9 (X,δ)是超Lindelöf的可数超紧fts，则(X,δ)是超紧的.

与超序列紧性类似，在弱闭遗传性、拓扑不变性和可商性方面，可数超紧性有相应性质.

定义 4 (X,δ)为fts，若$(X,l(\delta))$为列紧(每个无限子集有聚点)空间，称(X,δ)为超列紧fts.

超列紧fts以通常的列紧空间为特款. 可数超紧fts是超列紧的，但反之不真.

定理10 T_1、超列紧fts为可数超紧fts.

综上所述，有：

定理11 在Q-C_I的T_1fts中，超序列紧性、可数超紧性、超列紧性彼此等价. 在C_{II}、T_1 fts中超紧性、超序列紧性、可数超紧性、超列紧性彼此等价.

定理12 $(X,\omega(\mathscr{T}))$为超序列紧fts、可数超紧fts、超列紧fts的充要条件是$(X,\mathscr{T})$分别为序列紧空间、可数紧空间、列紧空间.

参 考 文 献

[1] C.K. Wong JMAA 43(1973) 694—704.

[2] 王国俊，数学研究与评论，Vol.7，No.2，357—365.

[3] R.Low en JMAA 64(1978) 446—454.

[4] 蒲保明，刘应明，JMAA 76(1980).571—599.

[5] 王国俊，JMAA 94(1983)1—23.