第11卷 第1期
1991年2月
数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol.11 No.1
Feb. 1991

$S^{(n)}=\{K_i: 1\leq i\leq n\}$－因子数的递归关系式*

杨 利 民
（大理师专数学系 云南）

本文利用点覆盖得到几个递推关系式，由此得到P_n和C_n及$0\odot C_n$等图的$S^{(n)}$－因子数公式．有趣的是P_n的$S^{(n)}$－因子数恰好是Fibonacci number．

定义 设$S^{(m)}=\{K_i: 1\leq i\leq m\}$，$m\geq 1$．其中$K_i$为$i$个顶点的完全图，若$M$是图$G$的子图，且$M$的每一个分支都同构于$S^{(m)}$中的某一个元素，则$M$叫做$G$的$S^{(m)}$－子图．若$M$为$G$的生成子图，则$M$叫做$G$的$S^{(m)}$－因子．

下面是本文的结论：

定理1 任意图G，对G的给定点P，若过P的一切完全图为K_{i_1}、K_{i_2}、…、K_{i_r}，$i_j\in[1,n]$，$1\leq j\leq r$，n为图G的顶点数，则G的$S^{(n)}=\{K_i: 1\leq i\leq n\}$－因子数

$$A(G)=\sum_{j=1}^{r}A(G-V(K_{i_j})),$$

$G-V(K_{i_j})$是指从G中去掉顶点$V(K_{i_j})$和与$V(K_{i_j})$相连接的边．

推论1 任意图G，对G的给定点P，若过P的一切完全图为K_{i_1}、K_{i_2}、…、K_{i_r}，$i_j\in[1,n]$，$1\leq j\leq r$，n为图G的顶点数，则恰有K个分支的$S^{(n)}=\{K_i: 1\leq i\leq n\}$－因子数

$$N(G,K)=\sum_{j=1}^{r}N(G-V(K_{i_j}),K-1).$$

推论2 设$e=uv$是图G的任意一边，G'是陪分图G的边$e=uv$之后所得的图，则

$$N(G',K)=N(G-e,K-1)+N(G-u,K-1)+N(G-v,K-1).$$

引理1 设P_n是一条长为n的路，则P_n的$S^{(n)}$－因子数

$$A(P_n)=\frac{b^{n+2}-a^{n+2}}{\sqrt{5}},\quad n\geq 0,\quad \text{其中}\quad a=\frac{1-\sqrt{5}}{2},\quad b=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

引理2 设C_n是n个顶点的圈，则C_n的$S^{(n)}$－因子数

$$A(C_n)=a^n+b^n,\ n\geq 4.\ \text{其中}\ a=\frac{1-\sqrt{5}}{2},\quad b=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

定理2 如果$G=0\odot C_n$，则G的$S^{(n)}$－因子数

$$A(G)=\frac{(5n+10)+n\sqrt{5}}{10}b^n+\frac{(5n+10)-n\sqrt{5}}{10}a^n,\ n\geq 4.\ \text{其中}\ a=\frac{1-\sqrt{5}}{2},\ b=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

参考文献

[1] 刘儒英，科学通报，1（1987）77．
[2] J. A. Bondy and U. S. R. Murty, Graph theory with Applications, New York, 1976.
[3] 杨利民，理想子图计数及应用，大连理工大学学报，29(5)，1989，605—609
[4] 王天明，杨利民，理想子图计数(待发表)．

* 1989年3月20日收到．