第11卷 第2期
1991年5月

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL
RESEARCH AND EXPOSITION

Vol.11 No.2
May, 1991

关于极限边值问题的一个新性质*

陈 中 慧

（青岛海洋大学应用数学系）

核物理学的研究中，遇到Themas方程的边值问题，文[1]研究推广了上述问题，讨论了边值问题：

$$\begin{cases} \ddot{x}=f(t,x)g(\dot{x}) & \text{(F)} \\ x(0)=p & \text{(A)} \\ x(+\infty)=0 & \text{(B)} \end{cases}$$

本文将在文[1]给出的条件下，研究上述极限边值问题的一个新性质.

我们将文[1]中的定理，在此作为引理给出.

引理1 对于任给的 $p\neq 0$，存在唯一的$q(p,q<0)$使初值问题(F)，(A)，$\dot{x}(0)=q$存在唯一解满足

$$x(t)\dot{x}(t)<0,\qquad x(+\infty)=0.$$

的充要条件为 $\forall a\neq 0$，有

$$\int_{t_0}^{+\infty} at f(t,a)\,\mathrm{d}t=+\infty \tag{C}$$

由此可以看出，对于任意的 $p\neq 0$，存在满足性质(B)的初值问题的q是唯一的，即q是p的函数，记为 $q=q(p)$. 这是一个边界点的两个边界值之间的关系.

本文主要研究$q=q(p)$这个函数的性质，进而证明文[1]中定理1和定理2是等价的. 同时也给出了这类极限边值问题的解对一个边界值的连续依赖性定理.

以下假设文[1]的条件和(C)成立.

引理2 设对任意 $p_n\neq 0$，存在相应的q_n，使若$(p_n,q_n)\in E$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}p_n=p$，$\lim\limits_{n\to\infty}q_n=q$，则$(p,q)\in E$. 其中

$$E=\{(p,q)(\ddot{x}=f(t,x)g(\dot{x}),\ x(0)=p,\ \dot{x}(0)=q,\ x(+\infty)=0\}$$

引理3 若(F)，$x(0)=p_1$，$\dot{x}(0)=q_1$，(B)的解为$x_1(t)$；(F)，$x(0)=p_2$，$\dot{x}(0)=q_2$，(B)的解为$x_2(t)$，且 $p_1>p_2>0$，则 $q_1<q_2<0$.

定理1 若补充定义$q(0)=0$，则$q(p)$是$(-\infty,+\infty)$上的单调减连续函数。

定理2 当p趋于$+\infty$时，$q(p)$趋于$-\infty$；当p趋于$-\infty$时，$q(p)$趋于$+\infty$.

定理3 文[1]中引理2与引理3等价，定理1与定理2等价.

在上述边值问题中，对于一个p，存在一个边值问题(F)，(A)，(B)的解$x_p(t)$.这构成

* 1989年6月5日收到.

一个映射$\varphi(R\to C^2(0,+\infty))$：$P\mapsto x_p(t)$，按常用模的定义，利用解对初值的连续依赖性和性质(B)，易证得下面的定理.

定理 4 $\varphi(R\to C^2(0,+\infty))$：$P\mapsto x_p(t)$ 关于p是连续的.

参 考 文 献

[1] 梁中超，一类二阶非线性微分方程的极限边值问题，数学年刊，3(1982)，79—84.

The New Property About Limit Boundary Value Problem

Chen Zhanghui

(Department of Applied Mathematics)

Abstract

In this paper we study the new property about limit boudary value problem, on the condition which is given in papar [1]. There is proved, which function $q(p)$ is monotone and continuous. Applying the property, we have proved equivalence for lemma 2 and lemma 3, for theorem 1 and theorem 2 in [1]. Furthermore, we have given continual theorem, which solution for limit boundary value problem dependence on boundary value.