第13卷第4期
1993年11月

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION

Vol. 13 No. 4
Nov. 1993

利用特征为2域上伪辛几何中1维非迷向子空间构作PBIB设计*

游 宏 王秀玉
(东北师范大学数学系,长春 130024)

§1 引 言

关于结合方案和PBIB设计的定义及所用的有关符号见文献[1].

设 F_q 为特征为2的有限域,$q=2^r$. 熟知 F_q 上的对称矩阵合同于以下三种形式的矩阵(见[1]p. 24).

$$\text{(i)}\ \begin{pmatrix} 0 & I^{(v)} \\ I^{(v)} & 0 \end{pmatrix};\qquad \text{(ii)}\ \begin{pmatrix} 0 & I^{(v)} & \\ I^{(v)} & 0 & \\ & & 1 \end{pmatrix};\qquad \text{(iii)}\ \begin{pmatrix} 0 & I^{(v)} & & \\ I^{(v)} & 0 & & \\ & & 0 & 1 \\ & & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

由对称阵(i)所定义的群及相应的几何空间就是辛群与辛几何. 利用辛几何中各类非迷向子空间及迷向子空间构作PBIB设计已见于诸多文献[2],[3],[4],[5]. 但利用后两种对称阵所定义的群及相应的几何空间构作PBIB设计尚未见到. 本文将利用(iii)型对称阵所定义的几何空间中的1维非迷向子空间(非迷向线)作处理构作有三个结合类的结合方案和PBIB设计,并计算它们的参数.

以下令

$$K=\begin{pmatrix} 0 & I^{(v)} & & \\ I^{(v)} & 0 & & \\ & & 0 & 1 \\ & & 1 & 1 \end{pmatrix}\quad (v\geqslant 1),$$

由 K 所定义的群,即满足 $AKA'=K$ 的可逆阵 A 所成的群记为 $\mathfrak{S}$. 下列这些元素属于 $\mathfrak{S}$:

(1) $\begin{pmatrix} A & B & \\ C & D & \\ & & I^{(2)} \end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\in Sp_{2v}(F_q)$;

(2) $\begin{pmatrix} I^{(v)} & & p & \\ & I^{(v)} & & \\ & & 1 & \\ & p' & & 1 \end{pmatrix}$ (p 为 $1\times v$ 矩阵);

* 1990年11月38日收到.

(3) $\begin{pmatrix} I^{(v)} & & & \\ & I^{(v)} & q & \\ & & 1 & \\ q' & & & 1 \end{pmatrix}$ （q' 为 $1\times v$ 矩阵）；

(4) $\begin{pmatrix} I^{(v)} & & & \\ & I^{(v)} & & \\ & & 1 & \\ & & x & 1 \end{pmatrix}$.

令 P 为 $V_{2v+2}(F_q)$ 中的一 m 维子空间，若 $\mathrm{rank}(PKP')=m$，称 P 为非迷向子空间；若 $\mathrm{rank}(PKP')<m$，称 P 为迷向子空间；特别地，若 $PKP'=0$，称 P 为全迷向的.

对一非迷向的 2 维子空间，显然有 $PKP'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ 或 $PKP'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，但 $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ 不合同.

我们将满足前一情况的 P 称为 I 型 2 维非迷向子空间，而满足后一情况的 P 称为 Ⅱ 型 2 维非迷向子空间.

引理 1 若 P 是 I 型 2 维非迷向子空间，则存在 $T\in GL_2(F_q)$ 及 $g\in\mathfrak{S}$ 使得

$$TPg=\begin{pmatrix}1 & \overset{v-1}{0} & 0 & \overset{v-1}{0} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

若 P 是 Ⅱ 型 2 维非迷向子空间，则存在 $T\in GL_2(F_q)$，$g\in\mathfrak{S}$，使得

$$TPg=\begin{pmatrix}\overset{v}{0} & \overset{v}{0} & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\quad(\text{Ⅱ}-1\text{型})\text{或}\qquad TPg=\begin{pmatrix}1 & \overset{v-1}{0} & 0 & \overset{v-1}{0} & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\quad(\text{Ⅱ}-2\text{型}).$$

即 Ⅱ 型 2 维非迷向子空间在 $\mathfrak{S}$ 下分成两个可迁集.

证明 设 $P=\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix}$ 是 I 型 2 维非迷向子空间. 因 $PKP'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，故 P 中不存在非迷向向量及与所有迷向向量都正交的迷向向量(见[1]p. 29). 写 $v_i(i=1,2)$ 为 $(\overset{v}{a}\ \overset{v}{b}\ r\ 0)$，则 a,b 中必有不为 0 的元素. 选取 $\mathfrak{S}$ 中适当的(1)型元素可将 v_1 迁为 $(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ r\ 0)$. 因 $PKP'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，故可假定 $v_2=(\overset{v}{*}\ b\ \overset{v-1}{*}\ \beta\ 0)$，$b\neq0$. 选取 $\mathfrak{S}$ 中适当的(1)及(2)型元素可将 v_2 迁为 $(0\ \overset{v-1}{0}\ b\ \overset{v-1}{0}\ 0\ 0)$ 而同时仍保持 v_1 不动. 故存在 $T\in GL_2(F_q)$，$g\in\mathfrak{S}$ 使得 $TPg=\begin{pmatrix}1 & \overset{v-1}{0} & 0 & \overset{v-1}{0} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

再设 P 是 Ⅱ 型 2 维非迷向子空间. 因 $PKP'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，故 P 中必有非迷向向量. 写 $P=\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix}$，其中 v_2 为非迷向向量，易见 v_2 可在 $\mathfrak{S}$ 下变为 $(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ a)$ $(a\neq0)$，可设 $a=1$. 此时可假定 $v_1=(\overset{v}{a}\ \overset{v}{b}\ 1\ 0)$. 若 $a=b=0$，我们有 $TPg=\begin{pmatrix}\overset{v}{0} & \overset{v}{0} & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

若 a,b 中有元素不为 0，则可选取 $\mathfrak{S}$ 中适当的(1)型元素将 v_1 迁为 $(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 1\ 0)$，而仍保持 v_2 不变. 故有 $TPg=\begin{bmatrix}1&\overset{v-1}{0}&0&\overset{v-1}{0}&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$.

易见 $(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 1\ 0)$ 与 $(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 1\ 0)$ 在 $\mathfrak{S}$ 下不可迁.

我们将Ⅱ型 2 维非迷向子空间按在 $\mathfrak{S}$ 下的可迁型分别记为Ⅱ-1 型及Ⅱ-2 型 2 维子空间.

引理 2 设 P 是 2 维迷向子空间，但不为全迷向的，则存在 $T\in GL_2(F_q)$，$g\in\mathfrak{S}$，使得

$$TPg=\begin{bmatrix}1&\overset{v-1}{0}&0&\overset{v-1}{0}&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}.$$

证明 设 $P=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}$. 因 $PKP'\sim\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$，可设 $v_2=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_1=(\overset{v}{a}\ \overset{v}{b}\ r\ 0)$. 若 $r\neq0$，则 rank$(PKP')=2$ 与假设矛盾，故 $r=0$. 易见存在 $\mathfrak{S}$ 中(1)型元素 g 使得 $v_1g=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 0\ 0)$ 而 g 不变 v_2，即 $TPg=\begin{bmatrix}1&\overset{v-1}{0}&0&\overset{v-1}{0}&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$.

两个非迷向向量 v_1 与 v_2 的联可以为下列三种情形：

(i) $v_1\cup v_2$ 是 2 维迷向子空间；

(ii) $v_1\cup v_2$ 是Ⅱ-1 型 2 维子空间；

(iii) $v_1\cup v_2$ 是Ⅱ-2 型 2 维子空间.

§2 利用 1 维非迷向子空间构作结合方案

我们取 $V_{2v+2}(F_q)$ 中非迷向线全体作处理. 规定 v_1,v_2 有第一种关系，若 $v_1\cup v_2$ 是迷向的 2 维子空间；v_1,v_2 有第二种关系，若 $v_2\cup v_2$ 是Ⅱ-1 型 2 维子空间；v_1 与 v_2 有第三种关系，若 $v_1\cup v_2$ 是Ⅱ-2 型 2 维子空间.

因 $\mathfrak{S}$ 可迁地作用在非迷向线集合上，故 n_i 为常数.

引理 3 设 $v_1,v_2;v_1^*,v_2^*$ 分别是联为上述三种情形的 2 维子空间的非迷向向量对，则有 $av_1=v_1^*g$，$bv_2=v_2^*g$，$a,b\in F_q^*$，$g\in\mathfrak{S}$.

证明 不妨设 $v_2=v_2^*=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_1=(\overset{v}{*}\ \overset{v}{*}\ *\ 1)$，$v_1^*=(\overset{v}{*}\ \overset{v}{*}\ *\ 1)$. 考虑 $\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}$，令 $T=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$，则 $T\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\overset{v}{a}&\overset{v}{b}&r&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$. 因为

$$T_1\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}g_1Kg_1'\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}'T_1'=T_2\begin{pmatrix}v_1^*\\v_2^*\end{pmatrix}g_2Kg_2'\begin{pmatrix}v_1^*\\v_2^*\end{pmatrix}'T_2',$$

故 $T_2^{-1}T_1\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}v_1^*\\v_2^*\end{pmatrix}g$ $(g\in\mathfrak{S})$，而 $T_2^{-1}T_1$ 具形 $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\0&1\end{pmatrix}$ $(\alpha\in F_q^*)$. 故有

$$v_2=v_2^*g,\quad \alpha v_1+\beta v_2=v_1^*g. \tag{*}$$

比较 * 式两边知 $\alpha v_1+\beta v_2=(\overset{v}{c}\ \overset{v}{d}\ r\ 1)$，而 c,d 中元素与 v_1 的前 $2v$ 个元素同时为 0 或不为 0(注意 $v_2=(0\ 0\ 0\ 1)$)，r 亦与 αv_1 的第 $2v+1$ 个元素相同，故存在 $\mathfrak{S}$ 中(1)型元素 g_3 使得 $v_1=(\alpha v_1+\beta v_2)g_3$，且 g_3 不变 $v_2=v_2^*g$. 因而有 $ev_1=v_1^*gg_3$, $v_2=v_2^*gg_3$.

根据引理 3，P_{jk}^i 均为常数，这样我们确实得到了一个 3 个结合类的结合方案. 下面计算参数.

首先，处理个数 v 等于 $V_{2v+2}(F_q)$ 中非迷向线的个数 $v=q^{2v+1}(q-1)/(q-1)=q^{2v+1}$.

注意： 任一向量$(x_1,\cdots,x_v,x_{v+1},\cdots,x_{2v},x_{2v+1},x_{2v+2})$是非迷向的当且仅当 $x_{2v+2}\neq 0$.

其次计算 n_i

(1) 计算 n_1. 在 $V_{2v+2}(F_q)$ 中选定一非迷向线 v_1，那么 n_1 就是与 v_1 的联为 2 维迷向子空间的非迷向线的个数. 令$(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$为 v_1 的代表向量，由引理 2 知 $v_2=(\overset{v}{*}\ \ \overset{v}{*}\ \ 0\ b)$，但 $b\neq 0$. 又 v_2 必须与 v_1 线性无关，故 v_2 可有$(q^{2v}-1)(q-1)/(q-1)$种取法，即 $n_1=q^{2v}-1$.

(2) 计算 n_2. 仍令 v_1 为由$(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$张成的非迷向线，则 n_2 是与 v_1 的联是 Ⅱ－1 型 2 维子空间的非迷向线 v 的个数. 由引理 1，$v_2=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ b\ a)$，$b\neq 0$，$a\neq 0$. 故满足上述条件的非迷向线共有$(q-1)^2/(q-1)$种取法，即 $n_2=q-1$.

(3) 计算 n_3. 我们易证 $n_3=(q^{2v}-1)(q-1)$.

最后计算 P_{jk}^i.

因 m 个结合类的结合方案的常数之间满足以下关系：

$$P_{jk}^i=P_{kj}^i,\quad i,j,k=1,2,\cdots,m,$$

$$\sum_{k=1}^{m}P_{jk}^i=\begin{cases}n_i-1 & \text{如 } i=j\\ n_j & \text{如 } i\neq j\end{cases}\qquad i,j=1,2,\cdots,m,$$

$$n_iP_{jk}^i=n_jP_{ik}^j.$$

所以我们只须计算 $P_{11}^1,P_{12}^1,P_{22}^1,P_{22}^2,P_{33}^3$.

(1) 计算 P_{11}^1. 选取 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 0\ 1)$，那么 P_{11}^1 是与 v_1,v_2 的联分别为 2 维迷向子空间的非迷向线 v 的个数. 设 $v=(x_1\cdots x_vx_{v+1}\cdots x_{2v}x_{2v+1}x_{2v+2})$，由 v 与 v_1 的联是 2 维迷向子空间知 $x_{2v+1}=0$；又由 v 与 v_2 的联是 2 维迷向子空间知 $x_{v+1}=0$；但 v 与 v_1,v_2 线性无关，故 v 有$(q^{2v-1}-2)(q-1)/(q-1)$种取法. 即 $P_{11}^1=q^{2v-2}-2$.

(2) 计算 P_{12}^1. 令 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 0\ 1)$，那么 P_{12}^1 是与 v_2 的联为 2 维迷向子空间，与 v_1 的联是 Ⅱ－1 型 2 维子空间的非迷向线 v 的个数. 由引理 1 知 v 中只有两个坐标 $x_{2v+1},x_{2v+2}\neq 0$，又 v 与 v_2 张成 2 维迷向子空间，故 $x_{2v+1}=0$. 这样 v 与 v_1 线性无关，故 $P_{12}^1=0$.

(3) 计算 P_{22}^1. 令 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 0\ 1)$，那么 P_{22}^1 是与 v_1,v_2 的联为 Ⅱ－1 型 2 维子空间的非迷向线 v 的个数. 由引理 1 知 v 只有两个坐标 $x_{2v+1},x_{2v+2}\neq 0$，又由 $\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix}K\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix}'\sim\begin{pmatrix}0&1\\ 1&0\end{pmatrix}$知 $x_{2v+1}\neq 0$. 故 $P_{22}^1=(q-1)^2/(q-1)=q-1$.

(4) 计算 P_{22}^2. 令 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 1\ 1)$，那么 P_{22}^1 是与 v_1,v_2 的联均为 Ⅱ－1 型 2

维子空间的非迷向线 v 的个数. 由引理 1 知 v 只有两个坐标 $x_{2v+1}, x_{2v+2}\neq 0$，又由 $\begin{pmatrix}v\\ v_2\end{pmatrix}K\begin{pmatrix}v\\ v_2\end{pmatrix}'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ 知 $x_{2v+1}+x_{2v+2}\neq 0$. 故 $P^2_{22}=(q-1)(q-2)/q-1=q-2$.

(5) 计算 P^3_{33}. 令 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 1\ 1)$，那么 P^3_{33} 是与 v_1,v_2 的联均为 Ⅱ－1 型 2 维子空间的非迷向线 v 的个数. 由引理 1 知 v 的坐标 $x_{2v+1}\neq 0$，而且它的前 $2v$ 个坐标中必须有不为 0 者. 又由 $\begin{pmatrix}v\\ v_2\end{pmatrix}K\begin{pmatrix}v\\ v_2\end{pmatrix}'\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ 知 $x_{v+1}+x_{2v+2}+x_{2v+2}\neq 0$. 故

$$\begin{aligned}P^3_{33}&=(q^{2v-1}-1)(q-1)(q-2)+q^{2v-1}(q-1)(q-2)^2+q^{2v-1}(q-1)^2/(q-1)\\ &=q^{2v-1}(q-1)^2-(q-2).\end{aligned}$$

定理 1 在 $V_{2v+2}(F_q)$ 中取 1 维非迷向子空间集作为处理的集合，并规定两个 1 维非迷向子空间 v_1 与 v_2 有第一种关系，如果 $v_1\cup v_2$ 为 2 维迷向子空间；v_1 与 v_2 有第二种关系，如 $v_1\cup v_2$ 为 Ⅱ－1 型 2 维非迷向子空间；v_1 与 v_2 有第三种关系；如 $v_1\cup v_2$ 是 Ⅱ－2 型 2 维非迷向子空间. 这样得到了一个 3 个结合类的结合方案，参数如下：

$$\left.\begin{aligned}&v=q^{2v+1},\ n_1=q^{2v}-1,\ n_2=q-1,\ n_3=q^{2v}(q-1)\\ &P^1_{11}=q^{2v-1}-2,\ P^1_{12}=0,\ P^1_{22}=q-1,\ P^2_{22}=q-2\\ &P^3_{33}=q^{2v-1}(q-1)^2-(q-2).\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

§3 利用 1 维非迷向子空间作处理构作 PBIB 设计

利用定理 1 给出的结合方案，可以构作一系列 PBIB 设计. 例如我们得到下面两个结果：

定理 2 在 $V_{2v+2}(F_q)$ 中取 1 维非迷向子空间集作为处理的集合，规定结合关系如定理 1，再选取 1 维非迷向子空间集作区组集合，并规定一个处理安置在一个区组中，如作为处理的 1 维非迷向子空间与作为区组的 1 维非迷向子空间正交. 这样我们得到一个 3 个结合类的 PBIB 设计，其参数除定理 1 给出的外，其余为

$$b=v=q^{2v+1},r=K=q^{2v},\lambda_1=q^{2v-1},\lambda_2=0,\lambda_3=q^{2v-1}.$$

证明 因 $\mathfrak{S}$ 可迁地作用在非迷向线集合上，这确是 PBIB 设计. 显然 $b=v=q^{2v+1}$.

取 $v=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_1=(x_1\cdots x_vx_{v+1}\cdots x_{2v}x_{2v+1}x_{2v+2})$

由 vKv_1' 知 $x_{2v+1}+x_{2v+2}=0$，即 $x_{2v+1}=x_{2v+2}$，所以 $r=K=q^{2v}(q-1)/(q-1)=q^{2v}$.

下面计算 $\lambda_i\,(i=1,2,3)$.

(i) λ_1. 取 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 0\ 1)$，$v=(x_1\cdots x_vx_{v+1}\cdots x_{2v}x_{2v+1}x_{2v+2})$. 由 $v_1Kv'=0$ 知 $x_{2v+1}=x_{2v+2}$；$v_2Kv'=0$ 知 $x_{v+1}=0$. 故 $\lambda_1=q^{2v-1}(q-1)/(q-1)=q^{2v-1}$.

(ii) λ_2. 取 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 1\ 1)$，易证 $\lambda_2=0$.

(iii) λ_3. 取 $v_1=(\overset{v}{0}\ \overset{v}{0}\ 0\ 1)$，$v_2=(1\ \overset{v-1}{0}\ 0\ \overset{v-1}{0}\ 1\ 1)$，$v=(x_1\cdots x_vx_{v+1}\cdots x_{2v}x_{2v+1}x_{2v+2})$ 由 $v_1Kv'=0$ 知 $x_{2v+1}=x_{2v+2}$；$v_2Kv'=0$ 知 $x_{v+1}=x_{2v+1}$. 故 $\lambda_3=q^{2v-1}(q-1)/(q-1)=q^{2v-1}$.

定理 3 在 $V_{2v+2}(F_q)$ 中取 1 维非迷向子空间集作为处理，规定结合关系如定理 1. 再选取

1 维非迷向子空间集作区组，并规定一个处理安置在一个区组中，如作为处理的 1 维非迷向子空间与作为区组的 1 维非迷向子空间不正交. 这样我们得到一个 3 个结合类的 PBIB 设计，其参数除定理 1 给出的外，其余为

$$b = v = q^{2\nu+1}, \qquad r = K = q^{2\nu}(q-1),$$
$$\lambda_1 = q^{2\nu-1}(q-1)^2, \quad \lambda_2 = q^{2\nu}(q-2), \quad \lambda_3 = q^{2\nu-1}(q-1)^2.$$

证明略.

参 考 文 献

[1] 万哲先、戴宗铎、冯绪宁、阳本傅，有限几何与不完全区组设计的一些研究，科学出版社，1966.

[2] 万哲先，有限几何与不完全区组设计的构作（Ⅱ）利用有限域上辛几何而构作的若干两个结合类的部分平衡不完全区组设计，数学学报，15(1965)，362—371.

[3] 阳本傅，有限几何与不完全区组设计的构作（Ⅶ）利用有限域上辛几何中的极大全迷向子空间构作的多个结合类的结合方案，数学学报，15(1965)，312—325.

[4] 沈灏，有限几何与 BIB 设计的构作，数学年刊，9A(5) (1988)，546—554.

[5] 沈灏、魏鸿增，利用辛几何中 2 维非迷向子空间构作 PBIB 设计，数学年刊，6A(5) (1985)，587—594.

Using 1-Dimensional Non-Isotropic Subspaces in Pseudo-Symplectic Geometry over Finite Fields of Characteristic 2 to Construct a class of PBIB Designs

You Hong *Wang Xiuyu*

(Dept. of Math., Northeast Normal University, Changchun)

Abstract

Let F_q be a finite field of characteristic 2. Taking $K = \begin{pmatrix} 0 & I^{(\nu)} \\ I^{(\nu)} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, we define a group C and a relative geometry by K. In this paper, we take the set of all 1-dimensional non-isotropic subspaces over F_q as the set of treatments to construct an association scheme and PBIB designs with three associative classes. The parameters concerning the designs are also computed.