

## 双退缩抛物型方程解的一个性质\*

梁学信                      梁  彦  廷

(华侨大学数学系, 泉州 362011) (中山大学数学系, 广州 510275)

**摘 要** 在  $Q=G \times (0, T)$  考虑一类双退缩抛物型方程, 在满足较一般的结构条件下, 证明了如果它的解在抛物边界等于零, 那么必是平凡解.

**关键词** 退缩抛物型方程, 广义解, 平凡解.

**分类号** AMS(1991) 35B30/CCL O175.26

设  $G$  是  $n$  维欧氏空间  $E^n$  的有界域,  $T > 0$ , 记  $Q = G \times (0, T)$ , 在  $Q$  考虑方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (|u|^{r-2}u) - \operatorname{div} \vec{A}(x, t, u, \nabla u) + B(x, t, u, \nabla u) = 0, \quad (1)$$

其中  $q \geq 2$ ,  $\vec{A}(x, t, u, \xi)$ ,  $B(x, t, u, \xi)$  在  $Q \times E^1 \times E^n$  上定义, 关于  $x, t$  可测, 关于  $u, \xi$  连续, 且满足结构条件

$$\xi \vec{A}(x, t, u, \xi) \geq |\xi|^q, \quad |\vec{A}(x, t, u, \xi)| \leq \kappa |\xi|^{q-1}, \quad (2)$$

$$|B(x, t, u, \xi)| \leq c(x, t) |\xi|^\beta + d(x, t) |u|^{\alpha-1} + f(x, t), \quad (3)$$

其中  $p > 1, \kappa \geq 1, \beta_0 = p - \frac{n+p}{n+q} \leq \beta < p, \lambda = \frac{p(n+q)}{n+p} \leq \alpha \leq l = p(1 + \frac{q}{n})$ ,

$$c(x, t) \in L_r(Q) \begin{cases} \frac{1}{r} = 1 - \frac{1}{l} - \frac{\beta}{p}, & \text{当 } \beta_0 \leq \beta < \beta_1 = p - \frac{n}{n+q} \\ r = \infty, & \text{当 } \beta = \beta_1 \\ \frac{1}{r} < \frac{p}{n+p} (1 - \frac{\beta}{p}), & \text{当 } \beta_1 < \beta < p \end{cases} \quad (4)$$

$$d(x, t) \in L_{r_1}(Q) \begin{cases} 1 - \frac{1}{r_1} - \frac{\alpha}{l} > 0, & \text{当 } \lambda \leq \alpha < l \\ r_1 = \infty, & \text{当 } \alpha = l \end{cases} \quad (5)$$

$$f(x, t) \in L_s(Q), \quad s > \frac{n+p}{p}.$$

**定义** 称  $u$  是方程(1)的广义解, 如果

$$\begin{cases} u \in C(0, T; L_q(G)) \cap L_r(0, T; W_p^1(G)), & \text{当 } \beta_0 \leq \beta \leq \beta_1 \\ u \in C(0, T; L_q(G)) \cap (L_r(0, T; W_p^1(G)) \cap L_s(Q)), & \text{当 } \beta_1 < \beta < p \end{cases}$$

$$\frac{n}{n+p} (1 - \frac{\beta}{p}) + \frac{\beta}{p} + \frac{1}{l} (1 - \frac{(n+q)(p-\beta)}{n+p}) + \frac{1}{r} = 1,$$

\* 1992年3月26日收到. 94年5月25日收到修改稿. 国务院侨办科学基金.

并且满足积分恒等式

$$\int_0^t \int_G \{-|u|^{q-2}uv_t + \nabla v_0 \vec{A}(x, t, u, \nabla u) + vB(x, t, u, \nabla u)\} dx dt + \int_G |u|^{q-2}uv \Big|_{t=0}^{t=t} dx = 0, \quad (1)'$$

$$\forall t \in (0, T), v \in W_q^1(0, T; L_q(G)) \cap L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G)) \cap L_\infty(Q).$$

本文证明如下结论,推广了[1-3]的结果.

**定理** 设条件(2)-(5)满足,  $f(x, t) = 0$ , 设  $u$  是方程(1)的广义解, 且  $u \in L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G))$ ,  $u(x, 0) = 0$ , 则  $u \equiv 0$ .

**引理 1** 设  $u \in L_\infty(0, T; L_q(G)) \cap L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G))$ , 则  $u \in L_t(Q)$ , 且存在仅依赖于  $n, p, q$  的常数  $c$ , 使  $\|u\|_{L_t(Q)} \leq c \| \|u\| \| \|_Q$ , 其中  $\| \|u\| \| \|_Q = \text{vrai max}_{0 \leq t \leq T} \int_G |u|^q dx + \iint_Q |\nabla u|^p dx dt$ .

**证明** 为叙述简单, 设  $1 < p < n$ , 用 Hölder 不等式

$$\begin{aligned} \int_G |u|^q dx &\leq \left( \int_G |u|^{np/(n-p)} dx \right)^{1-p/n} \left( \int_G |u|^n dx \right)^{p/n} \leq C \left( \int_G (|u|^q dx)^{p/n} \int_G |\nabla u|^p dx \right) \\ &\leq c \left( \text{vrai max}_{0 \leq t \leq T} \int_G |u|^q dx \right)^{p/n} \int_G |\nabla u|^p dx, \end{aligned}$$

推导中用到  $\dot{W}_q^1(G)$  嵌入定理, 再用 Young 不等式便得证.

**引理 2** 设条件(2)-(5)满足,  $u$  是方程(1)的广义解, 且存在常数  $M > 0$ , 使

$$(u - M)^+ \in L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G)), \text{ 及 } (u - M)^+ \Big|_{t=0} = 0, \quad (6)$$

则  $\text{vrai max}_Q u^+ < \infty$  ( $u^+ = \max(u, 0)$ ).

**推论** 当条件(2)-(5)满足,  $u$  是方程(1)的广义解,  $u \in L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G))$ , 且  $u(x, 0) = 0$ , 则  $\text{vrai max}_Q |u| < \infty$ .

**证明** 设  $k \geq M$ , 用  $k$  代  $M$ , (6) 仍成立, 由引理 1

$$\| (u - k)^+ \|_{L_t(Q)} \leq C \| \| (u - k)^+ \| \|_Q, \quad (7)$$

如再有  $u \in W_q^1(0, T; L_q(G))$ , 那么  $v = (u - k)^+ \in W_q^1(0, T; L_q(G)) \cap L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G))$ , 并且当  $\beta_1 < \beta < p$  时  $v \in L_t(Q)$ , 通过一次极限过程, 这样的  $v$  可取作试验函数, 将它代入(1)', 并由分部积分和条件(2), (3)得

$$\begin{aligned} 0 &\geq (q-1) \int_0^t \int_{G \cap \{u > k\}} (u - k)^+ u^{q-2} u_t dx dt + \int_0^t \int_G |\nabla (u - k)^+|^p dx dt \\ &\quad - \int_0^t \int_{G \cap \{u > k\}} (u - k)^+ [c(x, t) |\nabla u|^p + d(x, t) |u|^{q-1} + f(x, t)] dx dt. \end{aligned} \quad (8)$$

为处理右边第一项, 当  $u \leq k$  令  $\tilde{u} = k$ , 和  $u > k$  时令  $\tilde{u} = u$ , 则

$$\begin{aligned} \int_0^t \int_{G \cap \{u > k\}} (u - k)^+ u^{q-2} u_t dx dt &= \int_0^t \int_G \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\tilde{u}^q}{q} - \frac{k \tilde{u}^{q-1}}{q-1} \right] dx dt \\ &= \int_{G \cap \{u > k\}} \left[ \frac{u^q}{q} - \frac{k u^{q-1}}{q-1} + \frac{k^q}{q(q-1)} \right] dx. \end{aligned} \quad (9)$$

因  $q \geq 2$ , 如果记  $z = \frac{k}{u} \in (0, 1)$ , 并令  $f(z) = \frac{1}{q} - \frac{z}{q-1} + \frac{z^q}{q(q-1)} - \frac{(1-z)^q}{q(q-1)}$ , 易证  $f(z) \geq f(1) = 0$ , 即得

$$\frac{u^q}{q} - \frac{ku^{q-1}}{q-1} + \frac{k^q}{q(q-1)} \geq \frac{1}{q(q-1)}(u-k)^+{}^q. \quad (10)$$

结合(9),(10)和(8)即得

$$(q-1) \int_0^t \int_{c \cap \{u>k\}} (u-k)^+ u^{q-2} u dx dt \geq \frac{1}{q} \int_{c \cap \{u>k\}} |(u-k)^+|^q dx,$$

及

$$\| |(u-k)^+ \|_q \leq c \iint_{A(k)} (u-k)^+ [c(x,t) |\nabla u|^\beta + d(x,t) |u|^{a-1} + f(x,t)] dx dt, \quad (11)$$

其中常数  $c$  与  $u, k$  无关,  $A(k) = Q \cap \{u > k\}$ . 通过极限过程, (11) 对引理 2 的函数  $u$  也成立. 应用 Hölder 不等式和引理 1, 当  $\beta_0 \leq \beta \leq \beta_1$  时

$$\begin{aligned} \iint_{A(k)} (u-k)^+ c(x,t) |\nabla u|^\beta dx dt &\leq \|c(x,t)\|_{L_r(A(k))} \| (u-k)^+ \|_{L_r(A(k))} \| \nabla (u-k)^+ \|_{L_p(Q)}^\beta \\ &\leq c \|c(x,t)\|_{L_r(A(k))} \|u\|_{L_r(A(k))}^{1-\lambda(1-\beta/p)} \| |u-k| \|_q, \end{aligned} \quad (12)$$

因  $k \rightarrow \infty$  时  $|A(k)| \leq k^{-l} \iint_Q |u|^l dx dt \rightarrow 0$ ,  $|A(k)|$  记  $A(k)$  的  $n+1$  维 Lebesgue 测度, 由 Lebesgue 积分的绝对连续性,  $1-\lambda(1-\frac{\beta}{p}) \geq 0$ , 知(12)中  $\| |u-k| \|_q$  的系数趋于 0 ( $k \rightarrow \infty$ ), 因此可确定  $k_0 \geq 1$  充分大, 使  $k \geq k_0$  时, 由(11)得

$$\| |(u-k)^+ \|_q \leq c \iint_{A(k)} (u-k)^+ [d(x,t) |u|^{a-1} + f(x,t)] dx dt, \quad (13)$$

其中  $c$  与  $u, k$  无关, 当  $\beta_1 < \beta < p$  时, 成立

$$\iint_{A(k)} (u-k)^+ c(x,t) |\nabla u|^\beta dx dt \leq \|c(x,t)\|_{L_r(A(k))} \|u\|_{L_r(A(k))}^{1-\lambda(1-\beta/p)} \| |(u-k)^+ \|_q$$

类似地可证(13)对  $\beta_1 < \beta < p$  也成立. 考虑到

$$\begin{aligned} \iint_{A(k)} (u-k)^+ d(x,t) |u|^{a-1} dx dt &\leq c \iint_{A(k)} d(x,t) [(u-k)^+{}^a + k^a] dx dt \\ &\leq c \{ \| (u-k)^+ \|_{L_{r_1}(A(k))}^a \| d(x,t) \|_{L_{r_1}(Q)} |A(k)|^{1-\frac{1}{r_1}-\frac{a}{l}} \\ &\quad + k^a \| d(x,t) \|_{L_{r_1}(Q)} |A(k)|^{1-\frac{1}{r_1}} \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\iint_{A(k)} (u-k)^+ f(x,t) dx dt \leq \|f(x,t)\|_{L_r(Q)} \| (u-k)^+ \|_{L_r(A(k))} |A(k)|^{1-\frac{1}{r}-\frac{1}{l}}. \quad (15)$$

联合(7),(13)-(15), 当  $a \geq \lambda$  时(利用  $|A(k)| \rightarrow 0$  ( $k \rightarrow \infty$ ) 的事实), 只要  $k_0$  足够大, 当  $k \geq k_0$  时, 有

$$\| (u-k)^+ \|_{L_r(A(k))} \leq c \{ k^a |A(k)|^{1-\frac{1}{r_1}} + (\|f(x,t)\|_{L_r(Q)} |A(k)|^{1-\frac{1}{r}-\frac{1}{l}})^{\frac{1}{\lambda-1}} \},$$

其中已把  $\|d(x,t)\|_{L_{r_1}(Q)}$  吸收到  $c$  中, 用 Hölder 不等式, 由上式得

$$\iint_{A(k)} (u-k)^+ dx dt \leq c \{ k^{\frac{a}{\lambda}} |A(k)|^{1-\frac{1}{r}+\frac{1}{\lambda}(1-\frac{1}{r_1})} + F |A(k)|^{1+\tau} \}, \quad (16)$$

其中  $F = \|f(x,t)\|_{L_r(Q)}^{\frac{1}{\lambda-1}}$ ,  $\tau = \frac{1}{\lambda-1}(1-\frac{1}{s}-\frac{1}{l}) - \frac{1}{l} = \frac{1}{\lambda-1}(1-\frac{1}{s}-\frac{\lambda}{l}) > 0$ . 当  $a > \lambda$  时, 设  $\frac{a}{\lambda} = 1 + \tau_0$ ,  $\tau_0 > 0$ , 由(16)得  $\frac{1}{\lambda}(1-\frac{1}{r_1}) > \frac{a}{\lambda} = \frac{1}{l} + \tau_0$ . 又因  $k \geq k_0$  时  $|A(k)| < 1$ , 于是(16)成为

$$\iint_{A(k)} (u-k)^+ dxdt \leq c \{k^{1+\tau_0} |A(k)|^{1+\tau_0} + F |A(k)|^{1+\tau_0}\}. \quad (17)$$

(17)隐含了,  $k \geq k_0$  时

$$\iint_{A(k)} (u-k)^+ dxdt \leq c(k^{1+\sigma} |A(k)|^{1+\sigma} + F |A(k)|^{1+\sigma}) \leq c(1+F)k^{1+\sigma} |A(k)|^{1+\sigma}, \quad (18)$$

其中  $\sigma = \min(\tau_0, \tau)$ , 常数  $c$  还依赖于  $\|u\|_{L_\infty(Q)}$ .

(18)隐含了  $\text{vrai} \max_Q u < \infty$  (参见[4]的有关证明).

当  $\alpha = \lambda$  时(16)成为  $k \geq k_0$  时

$$\iint_{A(k)} (u-k)^+ dxdt \leq c(k+F) |A(k)|^{1+\sigma}, \quad \sigma = \min(\tau, \frac{1}{\lambda}(1 - \frac{1}{\tau_1}) - \frac{1}{l}) > 0, \quad (18)'$$

以(18)'取代(18),用同样方法可证  $\text{vrai} \max_Q u < \infty$ .

**引理 3** 设条件(2), (3), (5)满足,  $d(x, t) = 0$ ,  $u$  是方程(1)的广义解, 且

$$u \in L_p(0, T; \dot{W}_q^1(G)), u(x, 0) = 0, |u(x, t)| \leq M < \infty.$$

则存在只依赖于  $n, q, p, s, \beta, M, \|c(x, t)\|_{L_\infty(Q)}$  的常数  $c$ , 使

$$\|u(x, t)\|_{L_\infty(Q)} \leq c|Q|^\tau \|f(x, t)\|_{L_\infty(Q)}^{1/(\lambda-1)}, \quad \tau = \frac{1}{\lambda-1}(1 - \frac{1}{s} - \frac{\lambda}{l}) > 0. \quad (19)$$

**证明** 下面证明中限制  $\frac{n+p}{p} < s \leq \tau_1$  (如(19)对小  $s$  成立, 则对更大的  $s$  保持成立), 取  $v = (u-k)^+$  代入(1)', 并利用  $|u| \leq M$  的假定, 类似于(11)的推导, 有

$$\begin{aligned} |||(u-k)^+|||_Q &\leq c \iint_{A(k)} (u-k)^+ [c(x, t) |\nabla u|^\beta + f(x, t)] dxdt \\ &\leq c [ \iint_{A(k)} (u-k)^{\gamma} c(x, t) |\nabla u|^\beta dxdt + I(k) ], \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $\gamma = \lambda(1 - \frac{\beta}{p}) \leq 1, I(k) = \iint_{A(k)} (u-k)^+ f(x, t) dxdt$ . 又当  $h > k \geq 0$ , 取  $v = (u-k)^+ - (u-h)^+$  代入(1)', 同样得

$$\begin{aligned} |||(u-k)^+ - (u-h)^+|||_Q \\ \leq c [ \iint_{A(k)} [(u-k)^+ - (u-h)^+]^\gamma c(x, t) |\nabla u|^\beta dxdt + I(k) ] \end{aligned} \quad (21)$$

(20), (21)右边第一个积分含有  $|\nabla u|$ , 因此为推导简单, 设  $Q \cap \{u = \text{const}\} = \emptyset$ . 设  $\varepsilon > 0$  待定, 取  $N \geq 1$  充分大, 使  $(\iint_{Q \cap \{c(x, t) > N\}} |c(x, t)|^\beta dxdt)^{1/\beta} \leq \varepsilon$ , 然后逐个确定  $h_i, i = 0, 1, 2, \dots, m$  使  $\infty > h_0 > h_1 > h_2 > \dots > h_m = k$ . 满足  $|Q_i| = (\frac{\varepsilon}{N})^\beta, i = 0, 1, 2, \dots, m-1, |Q_m| \leq (\frac{\varepsilon}{N})^\beta$ , 其中  $Q_0 = Q \cap \{u > h_0\}, Q_i = Q \cap \{h_i < u < h_{i-1}\}, i > 0$ . 这样的  $Q_i$  两两不相交, 因而  $m(\frac{\varepsilon}{N})^\beta \leq \sum_{i=1}^m |Q_i| \leq |Q|$ , 这表示  $m$  有限, 且可用  $\varepsilon$  界定. 置  $u_0 = (u-h_0)^+, u_i = (u-h_i)^+ - (u-h_{i-1})^+, i \geq 1$ , 那么根据(20), (21)

$$|||u_0|||_Q \leq c [ \iint_{A(h_0)} u_0^\gamma c(x, t) |\nabla u|^\beta dxdt + I(k) ], \quad (22)$$

$$|||u_i|||_Q \leq c [ \iint_{A(h_i)} u_i^\gamma c(x, t) |\nabla u|^\beta dxdt + I(k) ], \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (23)$$

因在  $Q_i$  上  $\nabla u_i = \nabla u$ , 在  $Q \setminus Q_i, \nabla u_i = 0$ , a. e., 且在  $A(h_i) (i \geq 1)$  上

$$\begin{aligned} |\nabla u|^\beta &= |\nabla(u - h_i)^+|^\beta = |\nabla \sum_{j=0}^i u_j|^\beta \leq 2^\beta (|\nabla u_i|^\beta + |\nabla \sum_{j=0}^{i-1} u_j|^\beta) \\ &\leq 2^\beta |\nabla u_i|^\beta + (2m)^\beta \sum_{j=0}^{i-1} |\nabla u_j|^\beta. \end{aligned}$$

代入(23)得

$$\begin{aligned} \|u_i\|_Q &\leq 2^\beta c \iint_Q u_i^\gamma c(x, t) |\nabla u_i|^\beta dx dt \\ &\quad + (2m)^\beta c \sum_{j=0}^{i-1} \iint_{A(k) \cap Q_j} u_j^\gamma c(x, t) |\nabla u_j|^\beta dx dt + cI(k). \end{aligned} \quad (24)$$

因  $\|c(x, t)\|_{L_r(Q)} \leq (\iint_{Q \cap \{c(x, t) > N\}} |c(x, t)|^r dx dt)^{\frac{1}{r}} + N|Q_i|^{\frac{1}{r}} \leq 2\varepsilon$ , 所以一开始取  $\varepsilon$  满足  $2^{\beta+1} c \varepsilon^{r(1-\gamma)/\beta+1} \leq \frac{1}{2}$ , 则

$$\begin{aligned} 2^\beta c \iint_Q u_i^\gamma c(x, t) |\nabla u_i|^\beta dx dt &\leq 2^\beta c \|c(x, t)\|_{L_r(Q)} \|u_i\|_{L_r(Q)}^\gamma \|\nabla u_i\|_{L_r(Q)}^\beta |Q_i|^{(1-\gamma)/\beta} \\ &\leq 2^{\beta+1} c \left(\frac{\varepsilon}{N}\right)^{r(1-\gamma)/\beta} \|u_i\|_Q \leq \frac{1}{2} \|u_i\|_Q. \end{aligned}$$

代入(24), 并用 Young 不等式便得  $i \geq 1$  时

$$\begin{aligned} \|u_i\|_Q &\leq c \left[ \sum_{j=0}^{i-1} \iint_{A(k) \cap Q_j} u_j^\gamma c(x, t) |\nabla u_j|^\beta dx dt + I(k) \right] \\ &\leq c \left[ \|c(x, t)\|_{L_r(Q)} \|u_i\|_{L_r(Q)}^\gamma \sum_{j=0}^{i-1} \|\nabla u_j\|_{L_r(Q)}^\beta + I(k) \right] \\ &\leq c \|u_i\|_Q^{\frac{\gamma}{\lambda}} \sum_{j=0}^{i-1} \|u_j\|_Q^{\frac{\beta}{\lambda-1}} + cI(k) \leq c \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \|u_j\|_Q + I(k) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

根据同样理由, 由(22)得  $\|u_0\|_Q \leq cI(k)$ ,  $c$  与  $k$  无关, 因  $m$  有界, 与  $A(k)$  无关, 用(25)逐次迭代便得  $\|u_i\|_Q \leq cI(k)$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, m$ , 所以

$$\begin{aligned} \|(u - k)^+\|_Q &= \left\| \sum_{j=0}^m u_j \right\|_Q \leq c \sum_{j=0}^m \|u_j\|_Q \leq cI(k) = c \iint_{A(k)} (u - k)^+ f(x, t) dx dt \\ &\leq c \|f(x, t)\|_{L_r(Q)} \|(u - k)^+\|_{L_r(Q)} |A(k)|^{1-\frac{1}{s}-\frac{1}{t}}, \end{aligned} \quad (26)$$

联合(7), (26)给出

$$\begin{aligned} \left( \iint_{A(k)} |(u - k)^+|^s dx dt \right)^{1/s} &\leq c \|f(x, t)\|_{L_r(Q)}^{\frac{1}{\lambda-1}} |A(k)|^{\frac{1}{\lambda-1} \left(1 - \frac{1}{s} - \frac{1}{t}\right)}, \\ \iint_{A(k)} |(u - k)^+|^s dx dt &\leq c \|f(x, t)\|_{L_r(Q)}^{\frac{s}{\lambda-1}} |A(k)|^{1+\tau}, \quad \forall k \geq 0, \end{aligned}$$

其中  $\tau = \frac{1}{\lambda-1} \left(1 - \frac{1}{s} - \frac{\lambda}{t}\right) > 0$ , 由此得(19)式.

**定理的证明** 首先根据引理 2, 设  $|u| \leq M$ , 把  $d(x, t) |u|^{a-1}$  看成  $f(x, t)$ , 则由引理 3

$$\begin{aligned} \|u\|_{L_\infty(Q)} &\leq c |Q|^\tau \|u\|_{L_\infty(Q)}^{\frac{a-1}{\lambda-1}} \|d(x, t)\|_{L_r(Q)}^{\frac{1}{\lambda-1}} \\ &\leq c M^{\frac{a-1}{\lambda-1}-1} \|d(x, t)\|_{L_r(Q)}^{\frac{1}{\lambda-1}} |Q|^{\tau + \frac{1}{\lambda-1} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right)} \|u\|_{L_\infty(Q)}, \end{aligned}$$

因此只要  $\omega_0$  足够小, 使

$$cM^{\frac{\alpha-1}{\lambda-1}} \|d(x, t)\|_{L^{\frac{1}{\lambda-1}}(Q)} |G \times [0, t_0]|^{\gamma + \frac{1}{\lambda-1}(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\lambda})} < 1,$$

则  $\|u\|_{L^\infty(G \times [0, t_0])} = 0$ , 然后用  $t = t_0$  取代  $t = 0$ , 重复以上处理, 经过有限步骤, 使得  $\|u\|_{L^\infty(Q)} = 0$ .

### 参 考 文 献

- [1] 王向东、梁馨廷等, 山东师范大学学报, Vol. 6, 1(1991), 28—31.
- [2] 梁馨廷, 纯粹数学与应用数学, Vol. 9, 1(1993), 117—118.
- [3] 梁学信, 华侨大学学报, Vol. 12, 4(1991), 405—414.
- [4] 梁馨廷、梁学信, 工程数学学报, Vol. 10, 2(1993), 25—30.

## A Property of Solutions of Doubly Degenerate Parabolic Equation

*Liang Xuezin*

(Huaqiao University)

*Liang Xiting*

(Zhongshan University)

### Abstract

On a domain  $Q = G \times (0, T)$  in the space  $E^{n+1}$ , we consider a doubly degenerate parabolic equation, satisfying rather general structural conditions and prove that the solution must be trivial provided it vanishes on the parabolic boundary of  $Q$ .

**Keywords** degenerate parabolic equation, generalized solution, trivial solution.