第15卷第4期 1995年11月 数学研究与评论 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Vol. 15 No. 4 Nov. 1995

复射影空间中复子流形的一点注记*

曹锡芳

(杨州师范学院数学系,225002)

关键词 复射影空间,截面曲率.

分类号 AMS(1991) 53C55,53C42/CCL O186.16

设 CP^{n+p} 是具有 Fubini-Study 度量的复 $n+p$ 维射影空间,它的常数全纯截面曲率为 1. 对于 CP^{n+p} 中复 n 维子流形 M^n,文[1]证明了关于截面曲率的一个 Pinching 定理,即

定理 A 设 M^n 是 CP^{n+p} 中紧致复子流形,若 M^n 的截面曲率不小于 $\frac{(2p-1)n+8p-3}{4(4p-1)n}$,则 M^n 为全测地的.

本文说明此定理中的 Pinching 常数可以改进. 事实上,由于(见[1])

$$\sum h_{ij}^{\alpha}\Delta h_{ij}^{\alpha} \geqslant (1+a)2nKS-(1-a)\sum[\operatorname{tr}(H_{\alpha}^{2}H_{\beta}^{2})-\operatorname{tr}(H_{\alpha}H_{\beta})^{2}] + a\sum(\operatorname{tr}H_{\alpha}H_{\beta})^{2}-\frac{n+3}{2}aS-\frac{S}{2},$$

利用文[2]中的不等式 $(n+1)\sum(\operatorname{tr}H_{\alpha}H_{\beta})^{2}\geqslant 2\sum[\operatorname{tr}(H_{\alpha}^{2}H_{\beta}^{2})-\operatorname{tr}(H_{\alpha}H_{\beta})^{2}]$, 得到

$$\sum h_{ij}^{\alpha}\Delta h_{ij}^{\alpha} \geqslant (1+a)2nKS + \left(\frac{2a}{n+1}+a-1\right)\sum[\operatorname{tr}(H_{\alpha}^{2}H_{\beta}^{2})-\operatorname{tr}(H_{\alpha}H_{\beta})^{2}]-\frac{n+3}{2}aS-\frac{S}{2}$$

取 $a=\frac{n+1}{n+3}$,则有

$$\sum h_{ij}^{\alpha}\Delta h_{ij}^{\alpha} \geqslant \frac{n+2}{n+3}4nKS-\frac{n+2}{2}S$$

因此,当 $K>\frac{n+3}{8n}$ 时,$S=0$,即 M^n 为全测地的. 从而,定理 A 中的 Pinching 常数可改进为

$$\min\left\{\frac{(2p-1)n+8p-3}{4(4p-1)n},c\right\} \quad \left(c>\frac{n+3}{8n},c\ \text{为常数}\right).$$

参考文献

[1] S.T.Yau, Amer. Jour. Math., 97(1975), 76—100.

[2] T.Itoh, Jour. Math. Soc. Japan, 27(1975), 497—506.

* 1993年7月10日收到. 国家自然科学基金资助课题.