除环上矩阵的保逆线性算子*

曹 重 光
(黑龙江大学数学系，哈尔滨 150080)

关键词 除环，逆矩阵，线性算子.
分类号 AMS(1991) 15A04, 15A33/CCL O151.21

设 R 是一个除环，F 为其中心域，又设 char$R\neq 2,3$；$M_n(R)$ 及 $S_n(R)$ 分别表示 $n\times n$ 全矩阵及对称阵的 F-代数. 设 T 为 $S_n(R)$ 到 $M_n(R)$ 的 F-线性算子，如果对 $S_n(R)$ 中一切可逆的 A 有 $T(A)^{-1}=T(A^{-1})$，则称 T 为保逆的线性算子.

本文主要结果如下：

定理1 T 为 $S_n(R)$ 到 $M_n(R)$ 的保逆线性算子当且仅当 T 为如下形式之一

(1) 存在可逆阵 P 及 R 的 F-代数单同态 σ 使 $T(A)=\varepsilon PA^{\sigma}P^{-1}$, $\forall A\in S_n(R)$，其中 $\varepsilon=\pm 1$, $\sigma(1)=1$.

(2) 存在可逆阵 P 及 R 的 F-代数单反同态 τ 使 $T(A)=\varepsilon PA^{\tau}P^{-1}$, $\forall A\in S_n(R)$，其中 $\varepsilon=\pm 1$, $\tau(1)=1$.

推论1 R 为域，T 为 $S_n(R)$ 到自身的保逆线性算子当且仅当 T 为定理1中的两种形式之一并且 $P'P=aI_n$, $a\in R$.

推论2 设 f 为 $S_n(R)$ 到 $M_n(R)$ 的 F-代数单同态(反同态)且 $f(I_n)=I_n$，则 f 必为如下形式

$$T(A)=PA^{\sigma}P^{-1},\quad \forall A\in S_n(R),$$

其中 P 为某一可逆阵，σ 为 R 的 F-代数单同态(反同态).

参 考 文 献

[1] Li Chikwong and Tsing Namkiu, Lin Alg Appl, 1992, 162—164: 217—235.
[2] W. J. Wong, J of Alg, 1988, 113: 263—293.
[3] 曹重光，数学杂志，1992, 3(12): 349—353.
[4] 曹重光，科学通报，1992, 20: 1524—1527.

* 1992年11月24日收到. 94年4月2日收到修改稿.