第15卷 增刊 数学研究与评论 Vol.15 Supp
1995年11月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Nov. 1995

# 离散大系统关于部分变元的关联集合稳定性*

金 均
(上海师范大学数学系,200234)

**摘 要** 本文利用 Liapunov 函数方法,研究了离散大系统关于部分变元的关联集合稳定性,给出了关于部分变元关联集合稳定性的几个基本定理的一些充分条件.

**关键词** 离散系统,李雅普诺夫函数,部分变元,关联集合稳定性.
**分类号** AMS(1991) 93D/CCL O243

关于离散动力系统对部分变元稳定性问题的研究,目前在文献中尚很少见到,著作[1]对此作了较为系统的研究,得到了一些深刻的结果.文[2]研究了离散动力系统在结构扰动下的部分变元稳定性,得到了一些有意义的结果.文[3]把集合稳定性引进到了离散大系统.本文利用 Liapunov 函数方法,研究了离散大系统对部分变元的关联集合稳定性,得到了三个有意义的基本定理.

## 1 基本概念

考虑离散大系统

$$z(\tau+1)=h(z(\tau),\tau), \tag{1}$$

其中 $z\in R^n,\tau\in I\triangleq[\tau_0,\tau_0+1,\cdots),\tau_0>0;h:R^n\times I\to R^n$.设系统(1)有如下分解

$$z_i(\tau+1)=f_i(z_i(\tau),\tau)+g_i(z_1(\tau),\cdots,z_m(\tau),\tau),\quad i=1,\cdots,m, \tag{2}$$

这里 $z_i\in R^{n_i},f_i:R^{n_i}\times I\to R^{n_i},g_i:R^{n_1}\times R^{n_2}\times\cdots\times R^{n_m}\times I\to R^{n_i},z^T=(z_1^T,\cdots,z_m^T)$, $\sum_{i=1}^m n_i=n$.把系统(2)可以看作为 $m$ 个孤立子系统

$$z_i(\tau+1)=f_i(z_i(\tau),\tau),\quad i=1,\cdots,m \tag{3}$$

的一个具有非线性时变关联的复合系统.为了研究部分变元的稳定性,将(2),(3)分别写成下列形式:

$$\begin{cases}x_i(\tau+1)=X_i(x_i(\tau),y_i(\tau),\tau)+A_i(z_1(\tau),\cdots,z_m(\tau),\tau),\\ y_i(\tau+1)=Y_i(x_i(\tau),y_i(\tau),\tau)+B_i(z_1(\tau),\cdots,z_m(\tau),\tau),\ i=1,\cdots,m,\end{cases} \tag{4}$$

与

---

* 1992年11月18日收到.

$$\begin{cases} x_i(\tau+1) = X_i(x_i(\tau), y_i(\tau), \tau), \\ y_i(\tau+1) = Y_i(x_i(\tau), y_i(\tau), \tau),\ i = 1, \cdots, m, \end{cases} \tag{5}$$

这里 $z_i^T = (x_i^T, y_i^T)$, $f_i^T = (X_i^T, Y_i^T)$, $g_i^T = (A_i^T, B_i^T)$, $x_i \in R^{k_i}$, $y_i \in R^{l_i}$, $X_i: R^{k_i} \times R^{l_i} \times I \to R^{k_i}$, $Y_i: R^{k_i} \times R^{l_i} \times I \to R^{l_i}$, $A_i: (\prod_{s=1}^{m}(R^{k_s} \times R^{l_s})) \times I \to R^{k_i}$, $B_i: (\prod_{s=1}^{m}(R^{k_s} \times R^{l_s})) \times I \to R^{l_i}$, $0 < k_i \leqslant n_i$, $l_i + k_i = n_i$. 再令

$$x^T = (x_1^T, \cdots, x_m^T), x \in R^k = \prod_{s=1}^{m} R^{k_s},\ k = k_1 + \cdots + k_m,$$

$$y^T = (y_1^T, \cdots, y_m^T), y \in R^l = \prod_{s=1}^{m} R^{l_s},\ l = l_1 + \cdots + l_m,$$

其中 $l+k=n$，所以 $z^T = (z_1^T, \cdots, z_m^T) = (x^T, y^T)$. 现在我们引进关联稳定性的概念.

**定义 1** 称 $\bar{E} = (\bar{e}_{ij})_{m\times m}$ 为系统(2)的基本关联矩阵，其中

$$\bar{e}_{ij} = \begin{cases} 1, & z_i \text{ 在 } g_i(z_1, \cdots, z_m, \tau) \text{ 中出现}, \\ 0, & z_i \text{ 在 } g_i(z_1, \cdots, z_m, \tau) \text{ 中不出现}. \end{cases}$$

**定义 2** 称 $E = (e_{ij})_{m\times m}$ 为系统(2)的由基本关联矩阵 $\bar{E}$ 生成的关联矩阵，其中 $e_{ij}$ 只能取 0 或 1，且 $\bar{e}_{ij} = 0$ 就蕴含着 $e_{ij} = 0$, $i, j = 1, \cdots, m$，且记 $E \in \bar{E}$.

根据上面的定义，系统(2)在结构扰动下的形式可表为

$$z_i(\tau+1) = f_i(z_i, \tau) + g_i(e_{i1}z_1, \cdots, e_{im}z_m, \tau), \quad i = 1, \cdots, m, \tag{6}$$

而相应的(4)式应有如下形式

$$\begin{cases} x_i(\tau+1) = X_i(x_i, y_i, \tau) + A_i(e_{i1}z_1, \cdots, e_{im}z_m, \tau), \\ y_i(\tau+1) = Y_i(x_i, y_i, \tau) + B_i(e_{i1}z_1, \cdots, e_{im}z_m, \tau). \end{cases}$$

现在引进集合稳定性的概念. 设 $G$ 是 $R^n$ 中非空紧子集，其在 $R^k$ 上的投影为 $\mu$，在 $R^{k_i}$ 上的投影为 $\mu_i$，因此，$\mu = \mu_1 \times \cdots \times \mu_m$. 点 $z \in R^n$ 到 $G$ 的距离记为 $\rho(z, G) = \inf\limits_{z' \in G}\{\|z - z'\|\}$. 这里向量的模 $\|\cdot\|$ 是欧氏模. 记

$$N_i(\mu_i, \rho_i) = \{x_i : x_i \in R^{k_i}, \rho(x_i, \mu_i) \leqslant \rho_i, \rho_i > 0\} \subset R^{k_i},$$

$$S_{z_i}(\rho_i) = \{z_i : z_i^T = (x_i^T, y_i^T), x_i \in R^{k_i}, \rho(x_i, \mu_i) \leqslant \rho_i, y_i \in R^{l_i}\} \subset R^{n_i},$$

$$M = \{z : z^T = (z_1^T, \cdots, z_m^T), z_i \in S_{z_i}(\rho_i)\} \subset R^n.$$

假设当 $(z_{0i}, \tau_0) \in S_{z_i}(\rho_i) \times I$ 时，由(3)所确定的解 $z_i(\tau, z_{0i}, \tau_0)$ 在 $S_{z_i}(\rho_i)$ 中有定义，对任意 $\tau \geqslant \tau_0$, $i = 1, \cdots, m$. 当 $(z_0, \tau_0) \in M \times I$ 时，由系统(2)所确定的解 $z(\tau, z_0, \tau_0)$ 在 $M$ 中有定义，对任意 $\tau \geqslant \tau_0$.

**定义 3** 对系统(2)而言，称集合 $\mu$ 是 $x$-稳定的，如果对任意 $\varepsilon > 0$, $\tau_0 > 0$，存在 $\delta = \delta(\varepsilon, \tau_0) > 0$，当 $\rho(x_0, \mu) < \delta$ 时有 $\rho(x(\tau, x_0, \tau_0), \mu) < \varepsilon$，对任意 $\tau \geqslant \tau_0$ 都成立. 如果上述 $\delta$ 与 $\tau_0$ 无关，则称集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定.

**定义 4** 称集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近稳定的，如果 $\mu$ 是 $x$-一致稳定，且对任意 $\varepsilon > 0$，存在 $\delta > 0$，及自然数 $T(\varepsilon)$，使当 $\rho(x_0, \mu) < \delta$, $\tau_0 \in I$ 时有 $\rho(x(\tau, x_0, \tau_0)), \mu) < \varepsilon$，对 $\tau \geqslant \tau_0 + T(\varepsilon)$ 均成立.

**定义 5** 如果对每一个 $E \in \bar{E}$，对于系统(6)，集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的，则称集合 $\mu$ 是 $x$-一致关联稳定的.

**定义 6** 如果对每一个 $E\in\overline{E}$，对于系统(6)，集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的，则称集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近关联稳定的.

## 2 引 理

为了证明基本定理的方便，先给出如下二个引理.

**引理 1** 对于系统(1)，如果存在函数 $v(z,\tau):M\times I\to R^+$，满足

1 $a(\rho(x,\mu))\leqslant v(z,\tau)\leqslant b(\rho(x,\mu))$, $a(r),b(r)\in K$;

2 $\Delta v(z,\tau)|_{(1)}\leqslant 0$,

则集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的.

**证明** 任给 $\varepsilon>0$，取 $\delta=\delta(\varepsilon)=b^{-1}(a(\varepsilon))$. 设系统(1)满足 $z(\tau_0)=z_0$ 的解为 $z(\tau,z_0,\tau_0)$. 根据假设条件 1,2，即可得到

$$a(\rho(x(\tau,x_0,\tau_0),\mu))\leqslant v(z(\tau,z_0,\tau_0),\tau)\leqslant v(z_0,\tau_0)\leqslant b(\rho(x_0,\mu)),$$

所以只要 $\rho(x_0,\mu)<\delta$，就有 $a(\rho(x(\tau,x_0,\tau_0),\mu))\leqslant b(\rho(x_0,\mu))<b(\delta)=a(\varepsilon)$. 由于 $a(r)\in K$，所以 $\rho(x,\mu)<\varepsilon$. 即证明了集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的. □

**引理 2** 对系统(1)，如果存在函数 $v(z,\tau):M\times I\to R^+$ 满足

1 $a(\rho(x,\mu))\leqslant v(z,\tau)\leqslant b(\rho(x,\mu))$,

2 $\Delta v(z,\tau)|_{(1)}\leqslant -c(\rho(x,\mu))$,

其中 $a(r),b(r),c(r)\in K$，则集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近稳定的.

**证明** 由引理 1 知，集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的. 现根据定义，只要证明：任给 $\varepsilon>0$，存在 $\delta=\delta(\varepsilon)>0$，自然数 $T(\varepsilon)$，使得与 $\rho(x_0,\mu)<\delta$，$\tau\geqslant\tau_0+T(\varepsilon)$时有 $\rho(x,\mu)<\varepsilon$ 即可.

任给 $\varepsilon>0$，取 $\delta=b^{-1}(a(H))(0<\varepsilon<H)$，取自然数 $T(\varepsilon)=[\frac{a(H)}{c(b^{-1}(a(\varepsilon)))}]+1$，则对任意的 $z_0\in M$，使 $\rho(x_0,\mu)<\delta$，可以证明必存在 $\tau^*\in[\tau_0,\tau_0+T(\varepsilon)]$，使得 $v(z(\tau^*,z_0,\tau_0),\tau^*)<a(\varepsilon)$. 事实上，若对一切 $\tau\in[\tau_0,\tau_0+T(\varepsilon)]$有 $v(z(\tau,z_0,\tau_0),\tau)\geqslant a(\varepsilon)$，则根据条件 1，即有

$$a(\varepsilon)\leqslant v(z(\tau,z_0,\tau_0),\tau)\leqslant b(\rho(x,\mu)),$$

即 $\rho(x,\mu)\geqslant b^{-1}(a(\varepsilon))$，对任意的 $\tau\in[\tau_0,\tau_0+T(\varepsilon)]$均成立. 又因为 $v(z_0,\tau_0)\leqslant b(\rho(x_0,\mu))\leqslant b(\delta)=a(H)$. 又由条件 2，得 $\Delta v(z,\tau)|_{(1)}\leqslant -c(\rho(x(\tau,x_0,\tau_0),\mu))\leqslant -c(b^{-1}(a(\varepsilon)))$，所以

$$0\leqslant v(z(\tau_0+T(\varepsilon),z_0,\tau_0),t_0+T(\varepsilon))=v(z_0,\tau_0)+\sum_{\tau=\tau_0}^{\tau_0+T(\varepsilon)-1}\Delta v$$

$$\leqslant v(z_0,\tau_0)-T(\varepsilon)c(b^{-1}(a(\varepsilon)))<a(H)-\frac{a(H)}{c(b^{-1}(a(\varepsilon)))}c(b^{-1}(a(\varepsilon)))=0,$$

这就导出了矛盾. 所以 $v(z(\tau^*,z_0,\tau_0),\tau^*)<a(\varepsilon)$，$\tau^*\in[\tau_0,\tau_0+T(\varepsilon)]$. 因此，对一切 $\tau>\tau_0+T(\varepsilon)$，有 $a(\rho(x(\tau,x_0,\tau_0),\mu))\leqslant v(z(\tau,z_0,\tau_0),\tau)\leqslant v(z(\tau^*,z_0,\tau_0),\tau^*)<a(\varepsilon)$. 因为 $a(r)\in K$，所以

$$\rho(x(\tau,x_0,\tau_0);\mu))<\varepsilon \text{ 对一切 } \tau\geqslant\tau_0+T(\varepsilon) \text{ 均成立.}$$ □

## 3 基本定理

**定理 1** 设系统(6)满足

1 对每一个孤立子系统(3)存在函数 $v_i(z_i,\tau):S_{z_i}(\rho_i)\times I\to R^+$,并存在正实数 $\delta_i$,$K$ 类函数 $a_i(r),b_i(r),c_i(r):[0,\rho_i]\to R^+$,满足

1) $a_i(\rho(x_i,\mu_i))\leqslant v_i(z_i,\tau)\leqslant b_i(\rho(x_i,\mu_i))$, 2) $\Delta v_i(z_i,\tau)|_{(3)}\leqslant -\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))$;

2 存在非负常数 $a_{ij}\in R$,使得

$$\| g_i(e_{i1}z_1,\cdots,e_{im}z_m,\tau)\| \leqslant \sum_{j=1}^{m} a_{ij}e_{ij}c_j(\rho(x_j,\mu_j)),\ i=1,\cdots,m;$$

3 存在 $L_i>0$,使得

$$|v_i(z_i',\tau)-v_i(z_i'',\tau)|\leqslant L_i\|z_i'-z_i''\|,\ \forall\ z_i',z_i''\in S_{zi}(\rho_i),\ \tau\in I;$$

4 存在 $m$ 个正数 $\alpha_1,\cdots,\alpha_m>0$,使得 $-\alpha_j\delta_j+\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i L_i a_{ij}\bar e_{ij}\leqslant 0,\ j=1,\cdots,m$,

则集合 $\mu$ 是关于 $x$-一致关联稳定的.

**证明** 作 Liapunov 函数 $v(z,\tau)=\sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_i v_i(z_i,\tau)$,根据条件 1,则有

$$a(\rho(x,\mu))=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i a_i(\rho(x_i,\mu_i))\leqslant v(z,\tau)\leqslant\sum_{i=1}^{m}\alpha_i b_i(\rho(x_i,\mu_i))=b(\rho(x,\mu)).$$

显然 $a(r),b(r)\in K$,且

$$\begin{aligned}\Delta v(z,\tau)|_{(6)}&=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\Delta v_i(z_i,\tau)|_{(6)}=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i[(v_i(f_i+g_i,\tau+1)-v_i(f_i,\tau+1)\\&+(v_i(f_i,\tau+1)-v_i(z_i,\tau))]\leqslant\sum_{i=1}^{m}\alpha_i[L_i\|g_i(e_{i1}z_1,\cdots,e_{im}z_m,\tau)\|\\&-\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))]\leqslant\sum_{j=1}^{m}[\sum_{i=1}^{m}\alpha_i L_i a_{ij}\bar e_{ij}]c_j(\rho(x_j,\mu_j))-\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\delta_j c_j(\rho(x_j,\mu_j))\\&=\sum_{j=1}^{m}(-\alpha_j\delta_j+\sum_{i=1}^{m}\alpha_i L_i a_{ij}\bar e_{ij})c_j(\rho(x_j,\mu_j))\leqslant 0.\end{aligned}$$

显然,上述不等式对一切 $E\in\bar E$ 均成立.因此,根据引理 1,对每一个 $E\in\bar E$,集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的.所以集合 $\mu$ 是关于 $x$-一致关联稳定的. □

**定理 2** 如果系统(6)满足

1 对每个孤立子系统(3)存在一个函数 $v_i(z_i,\tau):S_{z_i}(\rho_i)\times I\to R^+$,并存在正实数 $\delta_i$ 及 $K$ 类函数 $a_i(r),b_i(r),c_i(r):[0,\rho_i]\to R^+$,使得

1) $a_i(\rho(x_i,\mu_i))\leqslant v_i(z_i,\tau)\leqslant b_i(\rho(x_i,\mu_i))$, 2) $\Delta v_i(z_i,\tau)|_{(3)}\leqslant -\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))$;

2 存在非负常数 $a_{ij}\in R$,使得

$$\| g_i(e_{i1}z_1,\cdots,e_{im}z_m,\tau)\| \leqslant \sum_{j=1}^{m} a_{ij}e_{ij}c_i^{\frac12}(\rho(x_i,\mu_i))c_j^{\frac12}(\rho(x_j,\mu_j));$$

3 存在 $L_i>0$,使得

$$|v_i(z_i',\tau)-v_i(z_i'',\tau)|\leqslant L_i\|z_i'-z_i''\|,\ z_i',z_i''\in S_{z_i}(\rho_i),\tau\in I;$$

4 存在 $m$ 个正常数 $\alpha_1,\cdots,\alpha_m$,使得 $D=(d_{ij})_{m\times m}$是负定矩阵,这里

$$d_{ij}=\begin{cases}\alpha_i(L_i a_{ii}\bar{e}_{ii}-\delta_i),\ i=j,\\(L_i\alpha_i a_{ij}+L_j\alpha_j a_{ji})/2,\ i\neq j,\end{cases}$$

则对系统(6)而言,集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近关联稳定的.

**证明** 作 Liapunov 函数 $v(z,\tau)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i v_i(z_i,\tau)$, 根据条件有

$$a(\rho(x,\mu))=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i a_i(\rho(x_i,\mu_i))\leqslant v(z,\tau)\leqslant\sum_{i=1}^{m}\alpha_i b_i(\rho(x_i,\mu_i))=b(\rho(x,\mu))$$

显然 $a(r),b(r)\in K$. 另外

$$\begin{aligned}\Delta v(z,\tau)|_{(6)}&=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\Delta v_i|_{(6)}=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i[(v_i(f_i+g_i,\tau+1)-v_i(f_i,\tau+1))\\&+(v_i(f_i,\tau+1)-v_i(z_i,\tau))]\leqslant\sum_{i=1}^{m}\alpha_i[L_i\|g_i(e_{i1}z_1,\cdots,e_{im}z_m,\tau)\|\\&-\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))]\leqslant\sum_{i=1}^{m}\alpha_i L_i\sum_{j=1}^{m}a_{ij}e_{ij}c_i^{\frac{1}{2}}(\rho(x_i,\mu_i))c_j^{\frac{1}{2}}(\rho(x_j,\mu_j))\\&-\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))\leqslant\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\alpha_i L_i a_{ij}\bar{e}_{ij}c_i^{\frac{1}{2}}(\rho(x_i,\mu_i))c_j^{\frac{1}{2}}(\rho(x_j,\mu_j))\\&-\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))=W^TDW,\end{aligned}$$

其中 $W^T=(c_1^{\frac{1}{2}}(\rho(x_1,\mu_1)),\cdots,c_m^{\frac{1}{2}}(\rho(x_m,\mu_m)))$. 显然此不等式对所有 $E\in\bar{E}$ 均成立. 因 $D$ 是负定矩阵,所以 $\Delta V|_{(6)}$是 $x$-负定的. 由引理 2 知,对每一个 $E\in\bar{E}$,集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近稳定的,故它是 $x$-一致渐近关联稳定的. □

比较定理 1 与定理 2 的条件与结论,可清楚地看到,由 $\Delta v|_{(6)}$是 $x$-负定函数来保证系统(6)是 $x$-渐近稳定的. 但是,事实上,这并不是必要条件,根据[2],可以证明下面的定理.

**定理 3** 设系统(6)满足

1 对每个孤立子系统(3)存在函数 $v_i(z_i,\tau):S_{z_i}(\rho_i)\times I\to R^+$,并存在正实数 $\delta_i$ 及 $K$ 类函数 $\beta_i(\tau),a_i(r),b_i(r),c_i(r)$,这里 $\beta_i(\tau_0)=1,\lim\limits_{\tau\to\infty}\beta_i(\tau)=+\infty$,使得

1) $v_i(z_i,\tau)\leqslant b_i(\rho(x_i,\mu_i))$,

2) $v_i(z_i,\tau)\geqslant\beta_i(\tau)a_i(\rho(x_i,\mu_i))$,

3) $\Delta v_i(z_i,\tau)|_{(3)}\leqslant-\delta_i c_i(\rho(x_i,\mu_i))$;

2 存在非负常数 $a_{ij}\in R$,使得 $\|g_i(e_{i1}z_1,\cdots,e_{im}z_m,\tau)\|\leqslant\sum_{j=1}^{m}a_{ij}e_{ij}c_j(\rho(x_i,\mu_i))$;

3 存在 $L_i>0$,使得

$$|v_i(z_i',\tau)-v_i(z_i'',\tau)|\leqslant L_i\|z_i'-z_i''\|,\ z_i',z_i''\in S_{z_i}(\rho_i),\tau\in I;$$

4 存在正数 $d_1,\cdots,d_m$,使得 $\sum_{i=1}^{m}L_i d_i a_{ij}\bar{e}_{ij}-\delta_j d_j\leqslant 0$,

则系统(6)关于集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近关联稳定的.

**证明** 作 Liapunov 函数 $v(z,\tau)=\sum_{i=1}^{m}d_i v_i(z_i,\tau)$, 根据条件 1,有

$$a(\rho(x,\mu)) = \sum_{i=1}^{m} d_i\beta_i(\tau)a_i(\rho(x_i,\mu_i)) \leqslant v(z,\tau) \leqslant \sum_{i=1}^{m} d_ib_i(\rho(x_i,\mu_i)) = b(\rho(x,\mu)),$$

显然，$a(r), b(r) \in K$，且

$$\Delta v(z,\tau)|_{(6)} = \sum_{i=1}^{m} d_i\Delta v_i(z,\tau)|_{(6)} = \sum_{i=1}^{m} d_i[(v_i(f_i+g_i,\tau+1) - v_i(f_i,\tau+1))$$

$$+ (v_i(f_i,\tau+1) - v_i(z_i,\tau))] \leqslant \sum_{i=1}^{m} d_i[L_i \| g_i(e_{i1}z_1,\cdots,e_{im}z_m,\tau) \|$$

$$- \delta_ic_i(\rho(x_i,\mu_i))] \leqslant \sum_{i=1}^{m} d_i[L_i\sum_{j=1}^{m} a_{ij}e_{ij}c_j(\rho(x_i,\mu_i)) - \delta_ic_i(\rho(x_i,\mu_i))]$$

$$\leqslant \sum_{j=1}^{m}(\sum_{i=1}^{m} d_iL_ia_{ij}\bar{e}_{ij})c_j(\rho(x_j,\mu_j)) - \sum_{j=1}^{m} d_j\delta_jc_j(\rho(x_j,\mu_j))$$

$$= \sum_{j=1}^{m}[\sum_{i=1}^{m} L_id_ia_{ij}\bar{e}_{ij} - d_j\delta_j]c_j(\rho(x_j,\mu_j)) \leqslant 0.$$

显然，上述不等式，对所有 $E \in \bar{E}$ 均成立、故由定理 1 知对每一个 $E \in \bar{E}$，系统(6)关于集合 $\mu$ 是 $x$-一致稳定的，所以集合 $\mu$ 是 $x$-一致关联稳定的. 另外，对(6)的任一个解 $z_i(i=1,2,\cdots,m)$，有下面不等式

$$0 \leqslant \overline{\lim_{\tau\to\infty}} \sum_{i=1}^{m} d_i\beta_i(\tau)a_i(\rho(x_i,\mu_i)) \leqslant \overline{\lim_{\tau\to\infty}} \sum_{i=1}^{m} d_iv_i(z_i,\tau) = \overline{\lim_{\tau\to\infty}} v(z,\tau) \leqslant v(z_0,\tau_0).$$

又因为$\lim\limits_{\tau\to\infty}\beta_i(\tau) = +\infty$，所以$\lim\limits_{\tau\to\infty} a_i(\rho(x_i,\mu_i)) = 0$，因此$\lim\limits_{\tau\to\infty}\rho(x_i,\mu_i) = 0$. 由此可得$\lim\limits_{\tau\to\infty}\rho(x,\mu) = 0$. 所以集合 $\mu$ 是 $x$-一致渐近关联稳定的. □

## 参 考 文 献


[1] 王联、王慕秋，常差分方程，新疆大学出版社 1991.

[2] 张毅、王慕秋，离散大系统关于部分变元的关联稳定性，应用数学学报，Vol. 12, No. 4, 1989.

[3] 景 岩，离散大系统对部分变元的集合稳定性，数学季刊，Vol. 4, No. 3, 1989.

[4] Dzagoslav D. Siljak, *Large-Scale Dynamic Systems*, North-Holland, 1978.


# On the Connective Set-Stability of Large Discrete System with Respect to Partial Variable


*Jin Jun*

(Dept. of Math., Shanghai Teacher's University, 200234)



**Abstract**

In this paper, we studied the connective set-stability of discrete systems with respect to the partial variable using the method of Liapunov function. Some sufficient conditions for several basic theorems of the connective set-stability were given.



**Keywords** discrete system, partial variable, Liapunov function, connective set-stability.