第15卷 增刊 数学研究与评论 Vol. 15 Supp
1995年11月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Nov. 1995

{2}-广义逆的扰动分析*

田红炯
(上海师范大学数学系，上海)

关键词 矩阵,广义逆,扰动.
分类号 AMS(1991) 65F15/CCL O241.6

本文研究{2}-广义逆的扰动性质,得到的几个结论,推广了 Ben-Israel[2]的结果.

定理 1 设 $A\in C^{m\times n}$,$(A+E)\in C^{m\times n}$,$\operatorname{rank}A=r$,$\operatorname{rank}(A+E)=r$,$T$,$S$ 分别为 C^n,C^m 中的子空间,$\dim T=s\leqslant r$,$\dim S=m-s$,且满足 $AT\oplus S=C^m$. 若 $\|A_{T,S}^{(2)}E\|<1$,则

$$\|(A+E)_{T,S}^{(2)}-A_{T,S}^{(2)}\|\leqslant\frac{\|A_{T,S}^{(2)}E\|\ \|A_{T,S}^{(2)}\|}{1-\|A_{T,S}^{(2)}E\|},$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示某种范数.

推论 1[2] 设 $A\in C^{m\times n}$,$B=A+E\in C^{m\times n}$. 若

$$R(B)\subseteq R(A),\quad R(B^*)\subseteq R(A^*),\quad \|A^+E\|<1.$$

则 $\|B^+-A^+\|\leqslant\dfrac{\|A^+E\|\ \|A^+\|}{1-\|A^+E\|}$.

推论 2 设 $A\in C^{m\times n}$,$B=A+E\in C^{m\times n}$,$M\in C^{m\times m}$,$N\in C^{n\times n}$是 Hermite 正定阵. 若

$$R(B)\subseteq R(A),\quad R(B^*)\subseteq R(A^*),\quad \|A_{M,N}^{+}E\|<1.$$

则 $\|B_{M,N}^{+}-A_{M,N}^{+}\|\leqslant\dfrac{\|A_{M,N}^{+}E\|\ \|A_{M,N}^{+}\|}{1-\|A_{M,N}^{+}E\|}$.

推论 3 设 $A\in C^{n\times n}$,$B=A+E\in C^{n\times n}$,$\operatorname{Index}(A)=k$,$\operatorname{Index}(B)=k$. 若

$$R(B^k)=R(A^k),\quad N(B^k)=N(A^k),\quad \|A_dE\|<1,$$

则 $\|B_d-A_d\|\leqslant\dfrac{\|A_dE\|\ \|A_d\|}{1-\|A_dE\|}$.

推论 4 设 $A\in C^{n\times n}$,$B=A+E\in C^{n\times n}$;而且 L 是 C^n 中子空间,$AL\oplus L^{\perp}=C^n$. 若 $\|A_{(L)}^{-1}E\|<1$,则 $\|B_{(L)}^{(-1)}-A_{(L)}^{(-1)}\|\leqslant\dfrac{\|A_{(L)}^{(-1)}E\|\ \|A_{(L)}^{(-1)}\|}{1-\|A_{(L)}^{(-1)}E\|}$.

参考文献

[1] A. Ben-Israel and T. N. E. Greville, *Generalized Invenses: Theory and Applications*, Wiley, New York, 1974.

[2] A. Ben-Israel, *A Newton-Raphson method for the solution of system of equations*, J. Math. Anal. Appl., 15(1966), 243—252.

* 1993年10月27日收到.