第16卷第3期 数学研究与评论 Vol.16 No.3
1996年8月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Aug. 1996

关于 G-分次环与 G-集的 Smash 积的几个结果*

孙 建 华
(扬州大学师范学院数学系, 扬州225002)

摘 要 设 G 为任意群, 本文借助于环的矩阵表示给出了 G-分次环与任意可迁 G-集的 smash 积是素环或单环的刻画.

关键词 群分次环, G-集, smash 积, 矩阵表示
分类号 AMS(1991) 16W50/CCL O153.3

对于群 G-分次环 R 和有限可迁 G-集 A, C. Nastasescu 和 S. Raianu 等在文[1]中引入了 smash 积 $R\# A$ 的概念. 文[2]利用环的矩阵表示研究了 G-分次环 R 与任意可迁 G-集的 smash 积的性质. 本文在[1], [2]的基础上讨论了 G-分次环与任意可迁 G-集的 smash 积是素环或单环的等价条件, 作为其特殊情形得到[3]中的结果, 并增加了[3]中定理2的两个等价条件.

文中设 G 为任意群, e 为 G 的单位元, R 是有单位元1的 G-分次环. 称 A 为 G-集, 如果映射(G 在 A 上的作用) $G\times A\to A$ 满足条件: $g(ha)=(gh)a$, $ea=a$, $\forall g,h\in G$, $\forall a\in A$.

定义 1[1] 设 A 是一个 G-集. G-分次环 R 上的左模 M 称为 A-型分次模, 如果 $M=\bigoplus_{a\in A}M^a$ (加群直和), 且有 $R_gM^a\subseteq M^{ga}$, $\forall g\in G, a\in A$. 若 $R_gM^a=M^{ga}$, $\forall g\in G$, $\forall a\in A$, 则称 M 是强 A-型分次的.

可以类似地定义右 G-集及右 G-集分次 R-模. 据[1], G-集 A-型分次模的研究可转化为可迁 G-集 G/H-型分次模的研究. $G/H=\{\sigma_iH, i\in I\}$ 为 G 的某个子群 H 在 G 中全体左陪集自然作成的 G-集. 因此以下总是取任一 G-集 A 为 G/H, 其中 $k=\{\sigma_i, i\in I\}$ 为 H 在 G 中全体左陪集的一个完全代表集. 此时易见 $\{\sigma_i^{-1}, i\in I\}$ 是 H 在 G 中全体右陪集的一个完全代表集.

用 r_g 表示 R_g 中元素. 当 T 为 G 的子集时, 令 $R^T=\sum_{g\in T}R_g$. 当 S 是 R 的子集时, 令 $S^T=S\cap R^T$. 由定义知 G-分次环 R 是左(右) G/H-型分次 R-模 $R=\bigoplus_{\sigma_iH\in G/H}R^{\sigma_iH}$ $(=\bigoplus_{H\sigma_i^{-1}\in G/H}R^{H\sigma_i^{-1}})$. 这里用 G/H 表示 $(G/H)_L$ 或 $(G/H)_R$, 不会产生混淆. 注意到 $R^{eH}=R^{He}=R^H=R^{(H)}$ (子群 H-分次环, 参见[4]).

下面给出 G-分次环与任意可迁 G-集的 smash 积的定义(参见[1]).

定义 2 设 R 是 G-分次环, H 是 G 的子群, $G/H=\{\sigma_iH, i\in I\}$ 是任意可迁 G-集. 对任一 σ_iH 引入符号 P_{σ_iH}, 以 $\{P_{\sigma_iH}, i\in I\}$ 为自由基作自由 R-模 $R\# G/H=\bigoplus_{i\in I}RP_{\sigma_iH}$, 且其中乘法

* 1993年10月9日收到

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

定义为

$$(aP_{\sigma_i H})(bP_{\sigma_j H}) = \sum_{\substack{g\in G\\ g\sigma_j H=\sigma_i H}} ab_g P_{\sigma_j H},$$

(再按线性扩张到整个 $R\# G/H$ 上去) 这里 $a, b\in R$, $b=\sum_{g\in G} b_g$. 由于 G/H 可迁, 故必有 $g\in G$ 使 $g\sigma_j H=\sigma_i H$. 又 b 的齐次分解式中只有有限个 $b_g\neq 0$. 故上式中的求和是有意义的.

直接验证加群 $R\# G/H$ 关于如上乘法是一结合环, 称为 G-分次环与可迁 G-集的 smash 积. 当 G/H 为有限时, $R\# G/H$ 有单位元; 当 G/H 无限时, $R\# G/H$ 无单位元, 但具有局部单位元. 当子群 $H=\{e\}$ 时, $G/\{e\}\cong G$, 上述定义的 smash 积即为[3]的 G-分次环与群 G 的 smash 积.

[2]中给出了 $R\# G/H$ 的矩阵表示为

$$R\# G/H \cong (R^{\sigma_i H\sigma_j^{-1}})_{(i,j)\in I\times I} = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccccc} eH & \sigma_i H & \sigma_j H & \cdots & \sigma_k H & \cdots \end{array} & \\ \begin{pmatrix} R^{eH} & R^{H\sigma_i^{-1}} & R^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots & \cdots & \cdots \\ R^{\sigma_i H} & R^{\sigma_i H\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_i H\sigma_j^{-1}} & \cdots & \cdots & \cdots \\ R^{\sigma_j H} & R^{\sigma_j H\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_j H\sigma_j^{-1}} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & R^{\sigma_p H\sigma_k^{-1}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} & \begin{array}{c} eH \\ \sigma_i H \\ \sigma_j H \\ \vdots \\ \sigma_p H \\ \end{array} \end{array} \qquad (1)$$

因为 R_e 有单位元 1, $R_e\subseteq R^{\sigma_i H\sigma_i^{-1}}$, $\forall \sigma_i\in K$. 这样 $R\# G/H$ 含所有形如 $e_{\sigma_i H,\sigma_j H}$ ($\forall \sigma_i H\in G/H$) 的矩阵单位(即它在 $(\sigma_i H, \sigma_j H)$ 位置上取 1, 在其它位置上取 0), 因而若 $Q\lhd R\# G/H$, 而矩阵 $(a_{\sigma_i H,\sigma_j H})\in Q$, 则 $e_{\sigma_i H,\sigma_i H}(a_{\sigma_i H,\sigma_j H})e_{\sigma_j H,\sigma_j H}\in Q$. 所以 Q 具有形式

$$Q = (Q_{\sigma_i H,\sigma_j H}), Q_{\sigma_i H,\sigma_j H}\subseteq R^{\sigma_i H\sigma_j^{-1}}.$$

引理 1 $Q=(Q_{\sigma_i H,\sigma_j H})\lhd R\# G/H$ 当且仅当 $\sum_{\sigma_j H\in G/H} Q_{\sigma_i H,\sigma_j H}$, $\forall \sigma_i H\in G/H$, 是 R 的 G/H-型分次右理想, 且 $\sum_{\sigma_i H\in G/H} Q_{\sigma_i H,\sigma_j H}$, $\forall \sigma_j H\in G/H$, 是 R 的 G/H-型分次左理想.

引理 2 若 $I\subseteq R^{(H)}$, 则 $[I]=(R^{\sigma_i H} I R^{H\sigma_j^{-1}})\lhd R\# G/H$.

引理 3 若 $I, J\lhd R^{(H)}$, 则 $[I][J]=[I\cdot J]$.

按矩阵的乘法规则验证可得上引理.

引理 4 设 R 是 G-分次环, 则 R 是强 G-分次的当且仅当每个左(右) G/H-型分次 R-模是强分次的.

证明 $\Rightarrow$ 任取左 G/H-型分次 R-模 M, 则对 $\forall g\in G$, $\sigma_i H\in G/H$, 有

$$M^{g\sigma_i H} = R_e M^{g\sigma_i H} = R_g R_{g^{-1}} M^{g\sigma_i H}\subseteq R_g M^{\sigma_i H},$$

因此, $R_g M^{\sigma_i H}=M^{g\sigma_i H}$. 即 M 是强 G/H-型分次的.

$\Leftarrow$ 由于 R 是一个 G/H-型分次的 R-模, 所以

$$R_g R^{\sigma_i H} = R^{g\sigma_i H}, \text{对 } \forall g\in G, \forall \sigma_i H\in G/H.$$

即 $R_g\Big(\bigoplus_{\substack{h\in G\\ hH=\sigma_i H}} R_h\Big) = \bigoplus_{\substack{p\in G\\ pH=g\sigma_i H}} R_p$.

因为若 $hH=\sigma_i H$, 则 $ghH=g\sigma_i H$. 所以 R_{gh} 是上式右端的一个直和加项, 又 $R_g R_h\subseteq R_{gh}$, 故

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$R_gR_h = R_{gh}, \forall g, h \in G$. 即 R 是强 G-分次环.

关于右的情形类似可证.

定理 5 设 R 是强 G-分次环, 则对应 θ: $I \to [I]$ 是 $R^{(H)}$ 的理想集到 $R\# G/H$ 的理想集上的一一对应.

证明 由引理 2, 对 $\forall I \lhd R^{(H)}$, 有

$$[I] = (R^{\sigma_iH} IR^{H\sigma_j^{-1}}) = \begin{pmatrix} I & IR^{H\sigma_i^{-1}} & IR^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ R^{\sigma_iH}I & R^{\sigma_iH}IR^{H\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_iH}IR^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ R^{\sigma_jH}I & R^{\sigma_jH}IR^{H\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_jH}IR^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \lhd R\# G/H.$$

易见, 若 $[I] = \{0\}$, 则 $I = \{0\}$, 即对应 θ 是单射. 另一方面, 当 R 是强 G-分次环时, 对于 R 的任一 G/H-型分次左理想 $A = \bigoplus_{\sigma_iH \in G/H} A^{\sigma_iH}$, 由引理 4, $R_gA^{\sigma_iH} = A^{g\sigma_iH}, \forall g \in G, \forall \sigma_iH \in G/H$. 即 A 由其任一齐次部分 A^{σ_iH} 所决定. 对称地, R 的任一 G/H-型分次左理想 B 也有类似的结果. 因此, 对于任意 $Q = (Q_{\sigma_iH, \sigma_jH}) \lhd R\# G/H$, 由于 $Q_{eH,eH} \lhd R^{(H)}$, $R^HQ_{eH,eH} = Q_{eH,eH}R^H = Q_{eH,eH}$, 有

$$\begin{aligned} Q &= (Q_{\sigma_iH,\sigma_jH}) = (R_{\sigma_i}Q_{eH,eH}R_{\sigma_j^{-1}}) \\ &= (R_{\sigma_i}R^HQ_{eH,eH}R^HR_{\sigma_j^{-1}}) = (R^{\sigma_iH}Q_{eH,eH}R^{H\sigma_j^{-1}}) = [Q_{eH,eH}]. \end{aligned}$$

即对应 θ 是满射. 得证.

推论 6 设 R 是 G-分次环.

(1) 若 $R\# G/H$ 是单环, 则 $R^{(H)}$ 是单环;

(2) 若 R 是强 G-分次环, 且 $R^{(H)}$ 是单环, 则 $R\# G/H$ 是单环.

证明 (1) 注意到定理 5 中关于 θ 是单射的证明并未用到强分次的条件, 即对任意的 G-分次环如上定义的映射 θ 总是单射, 故(1) 得证.

(2) 直接由定理 5 推得.

现在研究 $R\# G/H$ 的素性.

引理 7 设 $A = A^{He} + A^{H\sigma_i^{-1}} + A^{H\sigma_j^{-1}} + \cdots$ 是 R 的 G/H-型分次右理想. 则对 $\forall x \in G$ 有

$$(R^{\sigma_iHx^{-1}}A^{xH\sigma_j^{-1}}) = \begin{pmatrix} R^{eHx^{-1}}A^{xHe} & R^{eHx^{-1}}A^{xH\sigma_i^{-1}} & R^{eHx^{-1}}A^{xH\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ R^{\sigma_iHx^{-1}}A^{xHe} & R^{\sigma_iHx^{-1}}A^{xH\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_iHx^{-1}}A^{xH\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ R^{\sigma_jHx^{-1}}A^{xHe} & R^{\sigma_jHx^{-1}}A^{xH\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_jHx^{-1}}A^{xH\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \lhd R\# G/H.$$

引理 8 设 $B = B^{eH} + B^{\sigma_iH} + B^{\sigma_jH} + \cdots$ 是 R 的 G/H-型分次左理想. 则对 $\forall x \in G$ 有

$$(B^{\sigma_iHx}R^{xH\sigma_j^{-1}}) = \begin{pmatrix} B^{eHx}R^{x^{-1}He} & B^{eHx}R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & B^{eHx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ B^{\sigma_iHx}R^{x^{-1}He} & B^{\sigma_iHx}R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & B^{\sigma_iHx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ B^{\sigma_jHx}R^{x^{-1}He} & B^{\sigma_jHx}R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & B^{\sigma_jHx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \lhd R\# G/H.$$

定理 9 设 R 是 G-分次环. 令 $A = A^{He} + A^{H\sigma_i} + A^{H\sigma_j} + \cdots$ ($B = B^{eH} + B^{\sigma_iH} + B^{\sigma_jH} +$

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

…) 为 R 中任意非零分次右(左)理想, 则下列条件等价

(1) $R\# G/H$ 是素环.

(2) $A^{H\sigma_i^{-1}}\neq 0,\ \forall A,\ \forall \sigma_i\in K$; $B^{\sigma_i H}\neq 0$, 对 $\forall B,\ \forall \sigma_i\in K$, 且 $R^{(H)}$ 是素环.

(3) $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H} A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i H}\neq 0,\ \forall A,\ \forall B$.

(4) $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H} A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\neq 0,\ \forall A,\ \forall B,\ \forall x\in G$.

(5) $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H} A^{xH\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i H}\neq 0,\ \forall A,\ \forall B,\ \forall x\in G$.

(6) $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H} A^{xH\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hy}\neq 0,\ \forall A,\ \forall B,\ \forall x\in G,\ \forall y\in G$.

证明 (1)⇒(4) 由于 A (B) 是 R 的非零的 G/H-型分次的右(左)理想, 据引理7和引理8有 $0\neq (R^{\sigma_i H}A^{H\sigma_j^{-1}})\lhd R\# G/H$, $0\neq (B^{\sigma_i Hx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}})\lhd R\# G/H$. 计算其乘积

$$
\begin{aligned}
&(R^{\sigma_i H}A^{H\sigma_j^{-1}})(B^{\sigma_i Hx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}})\\
&=\begin{pmatrix}
R^{eH}A^{He} & R^{eH}A^{H\sigma_i^{-1}} & R^{eH}A^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots\\
R^{\sigma_i H}A^{He} & R^{\sigma_i H}A^{H\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_i H}A^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots\\
R^{\sigma_j H}A^{He} & R^{\sigma_j H}A^{H\sigma_i^{-1}} & R^{\sigma_j H}A^{H\sigma_j^{-1}} & \cdots\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
B^{eHx}R^{x^{-1}He} & B^{eHx}R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & B^{eHx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}} & \cdots\\
B^{\sigma_i Hx}R^{x^{-1}He} & B^{\sigma_i Hx}R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & B^{\sigma_i Hx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}} & \cdots\\
B^{\sigma_j Hx}R^{x^{-1}He} & B^{\sigma_j Hx}R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & B^{\sigma_j Hx}R^{x^{-1}H\sigma_j^{-1}} & \cdots\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots
\end{pmatrix}\\
&=\begin{pmatrix}
R^{eH}\Big(\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\Big)R^{x^{-1}H} & R^{eH}\Big(\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\Big)R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & \cdots\\
R^{\sigma_i H}\Big(\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\Big)R^{x^{-1}H} & R^{eH}\Big(\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\Big)R^{x^{-1}H\sigma_i^{-1}} & \cdots\\
\cdots & \cdots & \cdots
\end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$

据 $R\# G/H$ 是素环. 故上式不为0, 所以 $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\neq 0$. 即(4)成立.

(4)⇒(1) 设 $0\neq Q=(Q_{\sigma_i H,\sigma_j H})\lhd R\# G/H$, $0\neq T=(T_{\sigma_i H,\sigma_j H})\lhd R\# G/H$. 由引理1, 存在某个 $\sigma_j H\in G/H$, 使得 $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}Q_{\sigma_i H,\sigma_j H}$ 是非零 G/H-型分次左理想. 再由(2), $0\neq Q_{eH,\sigma_j H}\subseteq R^{H\sigma_j^{-1}}$ 从而矩阵 $(Q_{\sigma_i H,\sigma_j H})$ 中第一行元素之和 $\sum\limits_{\sigma_k H\in G/H}Q_{eH,\sigma_k H}$ 为 R 的非零的 G/H-型分次的右理想; 又存在某个 $\sigma_i H\in G/H$, 使得 $\sum\limits_{\sigma_j H\in G/H}T_{\sigma_i H,\sigma_j H}$ 是非零的 G/H-型分次右理想, 由(2), $0\neq T_{\sigma_i H,eH}\subseteq R^{\sigma_i H}$. 从而矩阵 $(T_{\sigma_i H,\sigma_j H})$ 中的第一列元素之和 $\sum\limits_{\sigma_t H\in G/H}T_{\sigma_t H,eH}$ 为 R 中非零 G/H-型分次的左理想. 据(4)得 $\sum\limits_{\sigma_k H\in G/H}Q_{eH,\sigma_k H}T_{\sigma_k H,eH}\neq 0$, 因此 $QT\neq 0$, 即(1)成立. 所以(1)⇔(4).

(1)⇔(3), (1)⇔(5), (1)⇔(6), 同上可证.

(4)⇒(2) 由(4), $\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\neq 0$, 对 $\forall x\in G$. 又 A 是 G/H-型分次右理想, 所以 $A^{Hx}\supseteq\sum\limits_{\sigma_i H\in G/H}A^{H\sigma_i^{-1}}B^{\sigma_i Hx}\neq 0$, 对 $\forall x\in G$. 又(4)⇔(5), 由(5)同理得 $B^{xH}\neq 0$, 对 $\forall x\in G$.

再证 $R^{(H)}$ 是素环. 取 $0\neq I\lhd R^{(H)}$, $0\neq J\lhd R^{(H)}$. 依引理3可得 $R\# G/H$ 的两个非零理想

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$[I]$和$[J]$. 再由引理1和上面所证得$[I][J]\neq 0$, 即$[IJ]\neq 0$. 故$IJ\neq 0$, 即$R^{(H)}$是素环.

(2)$\Rightarrow$(1)　设$0\neq Q=(Q_{\sigma_i H,\sigma_j H})\lhd R\#G/H$, $0\neq T=(T_{\sigma_i H,\sigma_j H})\lhd R\#G/H$. 重复运用引理1及条件(2)有$0\neq Q_{eH,eH}\lhd R^{(H)}$, $0\neq T_{eH,eH}\lhd R^{(H)}$. 再由$R^{(H)}$的素性有$Q_{eH,eH}T_{eH,eH}\neq 0$. 作$R\#G/H$的理想$[Q_{eH,eH}]$和$[T_{eH,eH}]$, 易见$Q\supseteq[Q_{eH,eH}]$, $T\supseteq[T_{eH,eH}]$. 所以

$$QT\supseteq[Q_{eH,eH}][T_{eH,eH}]=[Q_{eH,eH}T_{eH,eH}]\neq 0.$$

故$R\#G/H$是素环. 证毕.

推论10　设R是G-分次环. 用$A=A_e+A_g+A_h+\cdots(B=B_e+B_g+B_h+\cdots)$表示$R$中非零$G$-分次右(左)理想, 则下列条件等价

(1)　$R\#G$是素环.

(2)　$A_g\neq 0, \forall A, \forall g\in G; B_g\neq 0, \forall B, \forall g\in G$且$R_e$是素环.

(3)　$\sum_{g\in G}A_gB_{g^{-1}}\neq 0, \forall A, \forall B.$

(4)　$\sum_{h\in G}A_hB_{h^{-1}g}\neq 0, \forall A, \forall B, \forall g\in G.$

(5)　$\sum_{h\in G}A_{gh^{-1}}B_h\neq 0, \forall A, \forall B, \forall g\in G.$

(6)　$\sum_{h\in G}A_{gh^{-1}}B_{hq}\neq 0, \forall A, \forall B, \forall g, q\in G.$

证明　取$H=\{e\}$, 由定理9直接得证.

注意到这里$R\#G$表示的是G-分次环R与群G的smash积, 即[3]中的$R\#G^*$, 上推论中等价条件(1)—(4)即为[3, 定理2], 这里增加了等价条件(5)和(6).

参 考 文 献

[1]　C. Nastasescu, S. Raianu, Oystaeye, F. Van, *Modules graded by G-set*, Math. Z., 203: 4(1990), 605-627.

[2]　刘绍学, G-分次环与G-集的冲积, 数学学报, 2(1993), 199—206.

[3]　刘绍学, 关于smash product的两个结果, 科学通报, 13(1989), 967—969.

[4]　C. Nastasescu, Oystaeyen, F. Van, *Graded rings theory*, Math. Library Vol. 28, North Holland, 1982.

Some Results of The Smash Product Associated with a G-graded Ring and a G-set

Sun Jianhua

(Dept. of Math., Teachers' College of Yangzhou University)

Abstract

For any group G and G-graded ring R, we give some characterizations for the smash product, associated with R and a G-set, to be a prime or simple ring.

Keywords　group-graded ring, G-set, smash product, matrix representation.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.　All rights reserved.