第 18 卷第 2 期　　数 学 研 究 与 评 论　　Vol. 18 No. 2
1998 年 5 月　　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　　May 1998

多目标 minimax 问题的极大熵逼近收敛性*

胡新生　　施保昌　　周　济
(深圳广播电视大学工程技术系, 518008)　(华中理工大学 CAD 中心, 武汉 430074)

摘　要　本文利用极大熵逼近函数, 展开了多目标 minimax 问题的逼近方法的研究, 并讨论了该逼近方法的收敛性, 所得结果是目前已有的结果进一步拓广.

关键词　多目标 minimax 问题, 极大熵逼近, 收敛性
分类号　AMS(1991) 90C, 49M37/CCL O221

1　引　言

众多的工程设计和经济决策问题都可以归为一类特殊的多目标优化问题——minimax 问题. 它的一般统一模型可写成如下形式:

$$(\mathrm{MMNP})\qquad \min\ f(x)=(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_m(x))^T,$$
$$\mathrm{s.t.}\quad g_j(x)\le 0,\ j\in\{1,2,\cdots,l\},$$
$$h_i(x)=a_i^Tx-b_i=0,\quad i\in\{1,2,\cdots,q\},\quad x\in R^n,$$

其中 $m\ge 1, q\ge 0, l\ge 0$ 为整数; $f_i(x)=\max\limits_{1\le j\le l_i}\{f_{ij}(x)\}$, $l_i\ge 1$ 为整数, $i=1,2,\cdots,m$; $f_{ij}(j=1,2,\cdots,l_i, i=1,2,\cdots,m)$ 和 $g_k(k=1,2,\cdots,l)$ 都是局部 Lipschitz 函数. 当 $m=1$ 时, 问题(MMNP)称为单目标 minimax 问题; 当 $m>1$ 时, 问题(MMNP)称为多目标 minimax 问题.

当 $q=0$, 且 $f_{ij}(j=1,\cdots,l_i, i=1,\cdots,m)$ 和 $g_k(k=1,\cdots,l)$ 为可微函数时, 问题(MMNP)仍是不可微优化问题. 目前已有这类单目标问题的多种不同的算法[1,2,3,4]和收敛性[5,6,7]. 对于统一模型(MMNP)的其它情形, 国内外目前几乎没有有关的研究工作; 本文利用极大熵逼近函数[8,2,4]展开了求解问题(MMNP)的逼近方法的研究. 通过引入逼近问题解的一般收敛性概念, 来讨论上述逼近方法的收敛性, 所得结果是目前已有的结果进一步拓广.

2　极大熵逼近方法

记 $X=\{x\in R^n \mid g_j(x)\le 0, j=1,2,\cdots,l\}$, $S=\{x\in R^n \mid h_i(x)=0, i=1,2,\cdots,q\}$, $\Omega=X\cap S$.

问题(MMNP)是一个较复杂的多目标优化问题, 直接求解存在一定困难. 若令 $g(x)=\max\limits_{1\le j\le l}\{g_j(x)\}$, 则问题(MMNP)等价于

* 1995 年 4 月 26 日收到. 1997 年 9 月 24 日收到修改稿. 国家自然科学基金资助项目.

$$(\mathrm{MMNP}_1)\qquad \min\ f(x)=(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_m(x))^T,$$
$$\mathrm{s.t.}\quad g(x)\le 0,\ x\in S.$$

根据极大熵逼近函数[8, 2, 6], 令

$$f_i^p(x)=\frac{1}{p}\ln\sum_{j=1}^{l_i}e^{pf_{ij}(x)},\ i=1,2,\cdots,m,\quad g_p(x)=\frac{1}{p}\ln\sum_{j=1}^{l}e^{pg_j(x)},p>0,\tag{1}$$

则得逼近问题

$$(\mathrm{MMNP})_p\qquad \min\ f_p(x)=(f_1^p(x),f_2^p(x),\cdots,f_m^p(x))^T,$$
$$\mathrm{s.t.}\quad g_p(x)-\alpha\ln l/p\le 0,\ x\in S,$$

其中当$(\mathrm{int}X)\cap S\ne\varnothing$时, $0\le\alpha<1$; 当$(\mathrm{int}X)\cap S=\varnothing$时, $\alpha=1$.

显然, 问题$(\mathrm{MMNP})_p$比问题(MMNP)或问题(MMNP_1)简单. 特别当$f_{ij},g_k(i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,l_i,k=1,2,\cdots,l)$是可微函数时, 将复杂的不可微多目标优化问题(MMNP)转化为可微单一不等式约束多目标优化问题$(\mathrm{MMNP})_p$求解.

3 收敛性

为了证明逼近问题$(\mathrm{MMNP})_p$的解收敛于问题(MMNP)的解, 引入下述概念.

定义 1 设$x^{(p)}$是逼近问题$(\mathrm{MMNP})_p$在某种意义下的稳定点. 如果$\{x^{(p)}\}_{(p\to+\infty)}$的任意极限点为原问题(MMNP)在这种意义下的稳定点, 那么称逼近问题具有在这种意义下的稳定点的收敛性.

注记 1 人们通常讨论的逼近问题的收敛性是指最优点收敛性. 但是, 在求解逼近问题时, 并不一定能求得最优点, 而可能是某种意义下的稳定点. 因此, 讨论逼近方法各种意义下的稳定点(比如 Fritz John 点, Kuhn-Tucker 点)的收敛性, 有着重要的理论和实际意义.

给出极大熵逼近问题$(\mathrm{MMNP})_p$具有 Fritz John 点, Kuhn-Tucnker 点和最优点收敛性之前, 先讨论逼近问题$(\mathrm{MMNP})_p$的某些基本性质.

定理 1[7] (1) $f_i(x)\le f_i^p(x)\le f_i(x)+\ln l_i/p,\ i=1,\cdots,m;\ g(x)\le g_p(x)\le g(x)+\ln l/p$;

(2) 若$l>1$, 则$g(x)<g_p(x)$.

定理 1 说明: $p\to+\infty$时, $f_i^p(i=1,2,\cdots,m)$和g_p分别一致收敛于$f_i(i=1,2,\cdots,m)$和g. 因而问题$(\mathrm{MMNP})_p$为问题(MMNP)的一致逼近(当$p\to+\infty$时). 由定理 1 易见:

引理 1 令$X_p^0=\{x\in R^n\,|\,g_p(x)\le 0\},\ \Omega_p^0=X_p^0\cap S$, 若$l>1$, 则有

(1) 若存在p, 使$\Omega_p^0\ne\varnothing$, 则$(\mathrm{int}X)\cap S\ne\varnothing$, 且$\Omega_p^0\subseteq\mathrm{int}X\cap S$, 从而$\Omega$亦非空;

(2) 若$x\in(\mathrm{int}X)\cap S$, 则存在$p_0>0$, 使$x\in\Omega_p^0,\ \forall p\ge p_0$.

由引理 1(1)可知: 当$l>1$时, 若$(\mathrm{int}X)\cap S=\varnothing$, 则对于任意$p>0$, $\Omega_p^0=\varnothing$. 再由引理 1(2)这就说明用$\Omega_p^0(p\to+\infty)$逼近可行域Ω必须要求$(\mathrm{int}X)\cap S\ne\varnothing$, 而且$\Omega_p^0\subseteq\Omega$. 因此, Ω_p^0是可行域Ω的一种内逼近.

引理 2 令$X_p^1=\{x\in R^n\,|\,g_p(x)-\ln l/p\le 0\},\ \Omega_p^1=X_p^1\cap S$, 则有

(1) 对于任意$p>0$, 有$\Omega\subseteq\Omega_p^1$; (2) 若$\forall p>0$, $x\in\Omega_p^1$, 则$x\in\Omega$.

由引理 2 可知: $\Omega_p^1(p\to+\infty)$构成可行域Ω的一个外逼近; 当$(\mathrm{int}X)\cap S\ne\varnothing$时, 可用$\Omega_p^1$

$(p\to+\infty)$外逼近可行域. 也可用 $\Omega_p^0\ (p\to+\infty)$ 内逼近可行域. 当 $(\mathrm{int}X)\cap S=\varnothing$ 时, 只能用 $\Omega_p^1\ (p\to+\infty)$ 外逼近可行域. 从而导致了问题(MMNP)极大熵逼近问题$(\mathrm{MMNP})_p$.

引理 3 $\forall t\le 0,\ -e^{-1}\le te^t\le 0$.

证明 易验证 $t=-1$ 为 te^t 在 R^1 上的(唯一)最小值点, 从而引理 3 成立.

$$\omega_{ik}^p(x)\triangleq\frac{e^{pf_{ik}(x)}}{\sum_{k=1}^{l_i}e^{pf_{ik}(x)}}=\frac{e^{p(f_{ik}(x)-f_i(x))}}{\sum_{k=1}^{l_i}e^{p(f_{ik}(x)-f_i(x))}},\quad \begin{array}{l}k=1,2,\cdots,l_i,\\ i=1,2,\cdots,m,\end{array}\tag{2}$$

$$\mu_j^p(x)\triangleq\frac{e^{pg_j(x)}}{\sum_{j=1}^{l}e^{pg_i(x)}}=\frac{e^{p(g_j(x)-g(x))}}{\sum_{j=1}^{l}e^{p(g_j(x)-g(x))}},\quad j=1,2,\cdots,l,\tag{3}$$

则

$$\begin{aligned}&\omega_{ik}^p(x)\in(0,1],\quad k=1,2,\cdots,l_i,\quad i=1,2,\cdots,m,\\&\mu_j(x)\in(0,1],\quad j=1,2,\cdots,l,\end{aligned}\tag{4}$$

且

$$\begin{cases}0<\omega_{ik}^p(x)\le e^{p(f_{ik}(x)-f_i(x))},\ k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,\\0<\mu_j^p(x)\le e^{p(g_j(x)-g(x))},\ j=1,2,\cdots,l.\end{cases}\tag{5}$$

于是有

$$\begin{aligned}0&\ge\omega_{ik}^p(x)(f_{ik}(x)-f_i(x))\ge(f_{ik}(x)-f_i(x))e^{p(f_{ik}(x)-f_i(x))}\\&=(1/p)[p(f_{ik}(x)-f_i(x))]e^{p(f_{ik}(x)-f_i(x))},\quad k=1,2,\cdots,l_i,\quad i=1,2,\cdots,m,\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}0&\ge\mu_j^p(x)(g_j(x)-g(x))\ge(g_j(x)-g(x))e^{p(g_j(x)-g(x))}\\&=1/p[p(g_j(x)-g(x))]e^{p(g_j(x)-g(x))},\quad j=1,2,\cdots,l.\end{aligned}\tag{7}$$

因此, 由引理 3 立即得下述引理 4.

引理 4 当 $p\to+\infty$ 时, $\omega_{ik}^p(x)(f_{ik}(x)-f_i(x))\ (k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m)$ 和 $\mu_j^p(x)(g_j(x)-g(x))\ (j=1,2,\cdots,l)$ 都一致收敛于零.

$H_1(\bar{x})$ 表示如下假设条件:

$\forall k\in I_i(\bar{x})\triangleq\{k\,|\,f_{ik}(\bar{x})=f_i(\bar{x}),1\le k\le l_i\},\ i=1,2,\cdots,m,\ f_{ik}$ 在 $\bar{x}$ 点正则[9].

定理 2 (F. J 点收敛定理) 设 $x^{(p)}$ 为问题$(\mathrm{MMNP})_p$ 的 F. J 点, $\bar{x}$ 是 $\{x^{(p)}\}$ 的任一极限点 $(p\to+\infty)$. 如果在 $\bar{x}$ 处假设条件 $H_1(\bar{x})$ 成立, 则 $\bar{x}$ 为问题(MMNP)的 $F.J$ 点.

证明 由 F. J 点的定义知: $\forall p>0,\ \exists\ \lambda_i^p\ge0,\ \mu_p\ge0$ 及 $\omega^p\in R^q$ 使

$$0\in\sum_{i=1}^{m}\lambda_i^p\partial f_i^p(x^{(p)})+\mu_p\partial(g_p(x^{(p)})-(\alpha\ln l)/p)+\sum_{i=1}^{q}\omega_i^p a_i,\tag{8a}$$

$$\mu_p(g_p(x^{(p)})-\alpha\ln l/p)=0\ \text{且}\ (\lambda^p,\mu_p,\omega^p)\ne0.\tag{8b}$$

据[9, Theorem 2.3.9], 有

$$\partial f_i^p(x)\subseteq\sum_{k=1}^{l_i}\Big(e^{pf_{ik}(x)}\Big/\sum_{k=1}^{l_i}e^{pf_{ik}(x)}\Big)\partial f_{ik}(x)=\sum_{k=1}^{l_i}\omega_{ik}^p(x)\partial f_{ik}(x),\tag{9a}$$

$$\partial(g_p(x)-\alpha\ln l/p)=\partial g_p(x)\subseteq\sum_{j=1}^{l}\Big(e^{pg_j(x)}\Big/\sum_{j=1}^{l}e^{pg_j(x)}\Big)\partial g_j(x)$$

$$= \sum_{j=1}^{l} \mu_j^p(x)\,\partial g_j(x). \tag{9b}$$

故式(8a)可写成

$$\sum_{i=1}^{m}\lambda_i^p\sum_{k=1}^{l_i}\omega_k^p(x^{(p)})\,\xi_{ik}^p+\mu_p\sum_{j=1}^{l}\mu_j^p(x^{(p)})\,\xi_j^p+\sum_{i=1}^{q}\omega_i^p a_i=0,$$

$$\xi_{ik}^p\in\partial f_{ik}(x^{(p)}),\ \xi_j^p\in\partial g_j(x^{(p)}),$$

$$k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,l. \tag{10}$$

设 $\bar{x}$ 为 $\{x^{(p)}\}$ 的极限点, 则存在 $\{p_{\tilde k}\}\xrightarrow{\tilde k\to+\infty}+\infty$, 使 $\lim\limits_{k\to\infty}x^{(p_{\tilde k})}=\bar{x}$. 为了书写简单, 记

$$x^{(p_{\tilde k})}=x^{(\tilde k)},\ \mu_{p_{\tilde k}}=\mu^{\tilde k},$$

$$\omega_k^{\tilde k}(x^{(p_{\tilde k})})=\omega_k^{\tilde k},\ \xi_{ik}^{p_{\tilde k}}=\omega_k^{\tilde k},\ k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,$$

$$\mu_j^{p_{\tilde k}}(x^{(p_{\tilde k})})=\mu_j^{\tilde k},\ \xi_j^{p_{\tilde k}}=\xi_j^{\tilde k},\ j=1,2,\cdots,l,$$

$$\lambda_i^{p_{\tilde k}}=\lambda_i^{\tilde k},\ \omega_i^{p_{\tilde k}}=\omega_i^{\tilde k},\ j=1,2,\cdots,q.$$

由Lipschitz函数的性质和式(4), 得 $\{\omega_k^{\tilde k}\}_{\tilde k=1}^{+\infty}$, $\{\mu_j^{\tilde k}\}_{\tilde k=1}^{+\infty}$, $\{\xi_{ik}^{\tilde k}\}_{\tilde k=1}^{+\infty}$, $\{\xi_j^{\tilde k}\}_{\tilde k=1}^{+\infty}$, $i=1,2,\cdots,m$, $k=1,2,\cdots,l_i$, $j=1,2,\cdots,l$ 存在一个公共收敛子列. 不妨设

$$\omega_k^{\tilde k}\xrightarrow{\tilde k\to+\infty}\bar{\omega}_{ik},\ \mu_j^{\tilde k}\xrightarrow{\tilde k\to+\infty}\bar{\mu}_j,\ \xi_{ik}^{\tilde k}\xrightarrow{\tilde k\to+\infty}\xi_{ik},\ \xi_j^{\tilde k}\xrightarrow{\tilde k\to+\infty}\xi_j,$$

$$k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,l.$$

令 $(\tilde\lambda^{\tilde k},\tilde\mu^{\tilde k},\tilde\omega^{\tilde k})=\dfrac{(\lambda^{\tilde k},\mu^{\tilde k},\omega^{\tilde k})}{\|(\lambda^{\tilde k},\mu^{\tilde k},\omega^{\tilde k})\|}$. 于是也可设 $(\tilde\lambda^{\tilde k},\tilde\mu^{\tilde k},\tilde\omega^{\tilde k})\xrightarrow{\tilde k\to+\infty}(\bar\lambda,\bar\mu,\bar\omega)$, 故有

$$\|(\bar\lambda,\bar\mu,\bar\omega)\|=1,\ \bar\mu\ge0,\ \bar\lambda\ge0,\ \omega_k\in[0,1],\ \mu_j\in[0,1],$$

$$k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,l, \tag{11a}$$

且

$$\sum_{k=1}^{l_i}\omega_k=1,\ i=1,2,\cdots,m,\ \sum_{j=1}^{l}\mu_j=1 \tag{11b}.$$

令 $\tilde k\to+\infty$, 由Lipschitz函数的性质, 引理4, 式(10)和式(11)可得:

$$\sum_{i=1}^{m}\bar\lambda_i\sum_{k=1}^{l_i}\omega_k\xi_{ik}+\bar\mu\sum_{j=1}^{l}\mu_j\xi_j+\sum_{i=1}^{q}\bar\omega\alpha_i=0, \tag{12a}$$

$$\xi_{ik}\in\partial f_{ik}(\bar x),\ \xi_j\in\partial g_j(\bar x),$$

$$k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,l, \tag{12b}$$

$$\bar\lambda\ge0,\ \bar\mu\ge0,\ 且(\bar\lambda,\bar\mu,\bar\omega)\ne0, \tag{12c}$$

$$\omega_k\ge0,\ \omega_k(f_{ik}(\bar x)-f_i(\bar x))=0, \tag{12d}$$

$$k=1,2,\cdots,l_i,\ i=1,2,\cdots,m,$$

$$\mu_j\ge0,\ \mu_j(g_j(\bar x)-g(\bar x))=0,\ j=1,2,\cdots,l. \tag{12e}$$

由[9. Proposition 2.3.12], 式(12d)和式(12b)得:

$$\sum_{k=1}^{l_i}\omega_k\xi_{ik}=\sum_{k\in I_i(\bar x)}\omega_k\xi_{ik}\in\mathrm{co}\{\partial f_{ik}(\bar x)\mid k\in I_i(\bar x)\}=\partial f_i(\bar x),\ i=1,2,\cdots,m. \tag{13a}$$

再由定理1及(8b)式, 还有 $\bar\mu g(\bar x)=0$, $\bar x\in\Omega$, 则式(12e)变为:

$$\overline{\mu}\mu_j \geq 0, \overline{\mu}\mu_j g_j(\overline{x}) = 0, \ j = 1, 2, \cdots, l, \overline{x} \in \Omega \tag{13b}$$

根据式(11b)和式(12c),有

$$(\overline{\lambda}, \overline{\mu}\mu_1, \overline{\mu}\mu_2, \cdots, \overline{\mu}\mu_l, \overline{\omega}) \neq 0, (\overline{\lambda}, \overline{\mu}\mu_1, \overline{\mu}\mu_2, \cdots, \overline{\mu}\mu_l,) \geq 0 \tag{13c}$$

从式(12a)、式(12b)、式(13a)、式(13b)和式(13c)可知 $\overline{x}$ 为(MMNP)的 F. J 点 证毕

注记 2　由定理 2 的证明可知: $h_i(i = 1, 2, \cdots, q)$ 为非线性函数时不影响定理的结论 这里仅考虑 h_i 为线性函数的情形是因为线性等式可以直接处理或消去; 当 $l_1 = l_2 = \cdots = l_m = 1$ 时, 假设条件 $H_1(\overline{x})$ 还可去掉; 当不等式约束个数 $l = 1$ 或无不等式约束时, 假设 $\mathrm{int}(X) \cap S \neq \varnothing$ 也可去掉

在定理 2 的条件下, 若$\{x^{(p)}\}$的极限点 $\overline{x}$ 处满足某种约束规格, 则 $\overline{x}$ 成为问题(MMNP)的 K-T 点 若进一步假设某种 Kuhn-Tucker 充分性条件成立, 则 $\overline{x}$ 还可成为问题(MMNP)的(弱)有效解 为此, 先将约束规格 CQ 拓广如下:

定义 2　设 $x \in \Omega$, 定义如下系统

$$\mathrm{SY}(x) \quad 0 \in \sum_{j=1}^{l} \mu_j \partial g_j(x) + \sum_{i=1}^{q} \omega a_i, \mu_j \geq 0, g_j(x)\mu_j = 0, j = 1, 2, \cdots, l.$$

若 SY(x) 无非零解, 则称 x 满足约束规格 CQ.

推论 1　若定理 2 中条件成立, 且在 $\overline{x}$ 点满足 CQ, 则 $\overline{x}$ 点必为问题(MMNP)的 K-T (即 $\overline{\lambda} \neq 0$).

证明　由定理 2 知 $\overline{x}$ 点为问题(MMNP)的 F. J 点, 若在 $\overline{x}$ 点满足 CQ, 则由式(12a), 式(13b)和式(13c), 易见 $\overline{\lambda} \neq 0$, 故 $\overline{x}$ 点为问题(MMNP)的 K-T 点 证毕

由推论 1 易证下面的 K-T 点收敛定理

定理 3 (K-T 点收敛定理)　设 $x^{(p)}$ 为问题$(\mathrm{MMNP})_p$ 的 K-T 点, $p \to +\infty$, $\overline{x}$ 是$\{x^{(p)}\}$的任一极限点 如果在 $\overline{x}$ 点假设条件 $H_1(\overline{x})$ 成立, CQ 被满足, 则 $\overline{x}$ 为问题(MMNP)的 K-T 点

定理 4 (弱有效点收敛定理)　设 $x^{(p)}$ 为问题(MMNP)的弱有效解, $p \to +\infty$, $\overline{x}$ 是$\{x^{(p)}\}$的任一极限点 如果在 $\overline{x}$ 点假设条件 $H_1(\overline{x})$ 成立, CQ 被满足, 并且 $f_{ik}(k = 1, 2, \cdots, l_i, i = 1, 2, \cdots, m)$ 在 $\overline{x}$ 点广义 η-伪凸[10]和 $g_j(j = 1, 2, \cdots, l)$ 在 $\overline{x}$ 点为广义 η-拟凸函数[10], 则 $\overline{x}$ 为问题(MM-NP)的弱有效解

注记 3　若$(\mathrm{int}X) \cap S \neq \varnothing$, $f_{ik}, g_j(k = 1, 2, \cdots, l_i, i = 1, 2, \cdots, m, j = 1, 2, \cdots, l)$ 都是凸函数, 由定理 4 易见: $x^{(p)}$ 为问题$(\mathrm{MMNP})_p$ 的弱效解, $p \to +\infty$, 那么$\{x^{(p)}\}$的任一极限点都是问题(MMNP)的弱有效解 进一步假设问题(MMNP)为单目标优化问题(即 $m = 1$), 则获得比文献[7]中条件更弱的最优点收敛性结果

参　考　文　献

[1] J. W. Bandler, *Charalambons C. Practical least p-th optimization of networks*, IEEE Trans, 1972, Mtt-20: 834

[2] 李兴斯, 非线性极大极小问题的一个有效解法, 科学通报, 36: 19(1991), 1448- 1451.

[3] 李兴斯, 一类不可微优问题的有效解法, 中国科学(A 辑), 24: 4(1994), 371- 377.

[4] 唐焕文等, 一类约束不可微优化问题的极大熵方法, 计算数学, 15: 3(1993), 168- 275.

[5] Chara lambous and J. W. Bandle. *Nonlinear minimax optimization as a sequence of least p-th optimization with finite value of p Internal.* J. Systems Sc., 7: 3(1976), 377- 391.
[6] I Zang, *A smooth-out technique for min-max optimization*, Math Prog., 19(1980), 61- 77.
[7] **唐焕文等, 凸规划的极大熵方法, 科学通报**, 39: 8(1994), 282- 284.
[8] G. Kreisselmeier, R. Steinhause, *Systematic control design by optimizing a vector performance index*, Proc of IFAC Symp on CAD of contr. Sys, 1979, 113- 117.
[9] F. H. Clarke, *Optimization and Nonsmooth Analysis*, New York: Wiley-Interscience, 1983.
[10] **胡新生等, 非凸非光滑规划最优性的充分性, 应用数学**, 1993, 16(**增刊**): 36- 41.

Convergence of Maximum Entropy Approximation for Multiobjective Minimax Problem

Hu Xinsheng Shi Baochang Zhou Ji
(Huazhong University of Sci & Tech., CAD center, Wuhan 430074)

Abstract

In this paper, we discuss the general maximum entropy function approximating method for solving multiobjective minimax optimization problem to use The concept of approximating convergence is presented. Based on this concept, the convergence of the method is also discussed.

Keywords multiobjective minimax problem, maximum entropy approximation, convergence.