第18卷第4期 数学研究与评论 Vol. 18 No. 4
1998年11月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Nov. 1998

关于 Hermite-Fejer 插值过程的平均收敛*

叶继昌　　何甲兴

(吉林工业大学应用数学系, 长春130025)

文[1]讨论了某些非 W-过程的插值算子的加权平均逼近的收敛性和收敛阶. 如记 $H_n(f;x)$ 为以第二类 Chebyshev 多项式 $U_n(x)$ 的零点作为插值节点, 区间 $[-1,1]$ 上的函数 $f(x)$ 的 Hermite-Fejer 插值算子, [1]中证得:

定理A　当 $0<p<3$ 时, 对任何 $f(x)\in C_{[-1,1]}$, 有 $\int_{-1}^{1}|H_n(f;x)-f(x)|^p\sqrt{1-x^2}dx=$

$$O(1)\{(\omega(\frac{1}{n}))^p+\Delta_{np}\},\text{其中 }\omega(\cdot)\text{ 为 }f(x)\text{ 的连续, 而 }\Delta_{np}=\begin{cases}n^{-p}, & \text{当 }0<p\le 1,\\ n^{1-p}, & \text{当 }1<p\le 2,\\ n^{p-3}, & \text{当 }2<p<3.\end{cases}$$

文[1]还指出, 当 $p=3$ 时, $H_n(f;x)$ 的加权平均收敛性未必成立.

本文将定理A 的结论改进为

定理　当 $0<p<3$ 时, 对任何的 $f(x)\in C_{[-1,1]}$, 有 $\int_{-1}^{1}|H_n(f;x)-f(x)|^p\sqrt{1-x^2}dx=$

$$O(1)\{(\omega(\frac{1}{n}))^p+\delta_{np}\},\text{其中 }\delta_{np}=\begin{cases}n^{-p}, & \text{当 }0<p<\frac{3}{2},\\ n^{-3/2}\ln n, & \text{当 }p=\frac{3}{2},\\ n^{p-3}, & \text{当 }\frac{3}{2}<p<3.\end{cases}$$

对于文[1]所讨论的其它一些非 W-过程插值算子 $H_{in}(f;x)$, $i=11,12,\cdots,16$, 采用本文的证法也改进为

1° 当 $0<p<3$ 时, 对任何 $f(x)\in C_{[-1,1]}$, 有

$$\int_{-1}^{1}|H_{in}(f;x)-f(x)|^p\sqrt{1-x^2}dx=O((\omega(\frac{1}{n}))^p+(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\omega(\frac{1}{k^2}))^p\delta_{np}),\ i=11,12;$$

2° 当 $0<p<3$ 时, 对任何 $f(x)\in C_{[-1,1]}$, 有

$$\int_{-1}^{1}|H_{in}(f;x)-f(x)|^p\sqrt{1-x^2}dx=O((\omega(\frac{1}{n}))^p+\delta_{np}),\ i=13,14,15,16.$$

参 考 文 献

1　郁定国　数学研究与评论　1993, **13**(3): 451-456

2　Varma A K and Prasad J. J. Approxi Th., 1989, **56**: 225-240

3　Szasz P. Acta Math. Acad. Sci. Hungar., 1959, **10**: 413-439

* 1994年4月18日收到. 1997年10月30日收到修改稿