

关于“An Adjoint Matrix of a Real Idempotent Matrix” 的注记*

张显, 唐孝敏

(黑龙江大学数学系, 哈尔滨 150080)

摘要: 本文文[1]的结论(实幂等矩阵的伴随矩阵是幂等的)给出一种简单的证明方法, 并且同时推广这个结论到任何的无限域.

关键词: 幂等矩阵; 伴随矩阵.

分类号: AMS(1991) 15A/CLC O151.21

文献标识码: A

文章编号: 1000-341X(1999)04-0680-01

本文使用[1]中的符号. Jin Bai Kim, Hee Sik Kim 和 Seung Dong Kim^[1]证明了下面的定理

定理 实幂等矩阵的伴随矩阵是幂等的.

从其证明的方法看, 作者似乎不知道下面熟知的事实:

(i) ([2, p. 78]) 若 $A \in M_n(R)$ 且 $r(A) \leq n-2$, 则 $\text{adj}(A) = 0$.

(ii) ([2, p. 72]) 若 $A, B \in M_n(R)$, 则 $\text{adj}(AB) = \text{adj}(B)\text{adj}(A)$.

因而文[1]的证明方法十分繁琐, 下面给出一种简单的证明方法.

证明 (我们的方法适用于任何的无限域)

(1) 若 $r(A) \leq n-2$, 由(i)易见.

(2) 若 $r(A) = n-1$, 则存在一个可逆阵 P 使得 $A = P \text{diag}(1, \dots, 1, 0) P^{-1}$. 由(ii)得 $\text{adj}(A) = \text{adj}(P^{-1}) \text{diag}(0, \dots, 0, 1) \text{adj}(P)$. 再由(ii)和 $P^{-1}P = I_n$ 得, $\text{adj}(P^{-1}) = (\text{adj}(P))^{-1}$, 于是 $\text{adj}(A) = (\text{adj}(P))^{-1} \text{diag}(0, \dots, 0, 1) \text{adj}(P)$, 从而 $\text{adj}(A)$ 是幂等的.

(3) 若 $r(A) = n$, 则 $A = I_n$, 从而 $\text{adj}(A) = I_n$, 即 $\text{adj}(A)$ 是幂等的. □

参考文献:

- [1] Jin Bai Kim, Hee Sik Kim, Seung Dong Kim. *An adjoint matrix of real idempotent matrix* [J]. J. of Math. Research & Exposition, 1997, 17(3): 335—339.
- [2] 任化民, 于庚蒲, 原永久, 郭元春. 线性代数习题课讲义 [M]. 吉林大学出版社, 1990.

* 收稿日期: 1997-12-01