超空间上的连续对应与对应的闭图*

程 吉 树
(青海师专数学系, 西宁810007)

摘 要: 本文的目的是在超空间上重新定义上半连续, 下半连续和连续对应. 改进了 *Klein* 在[1]中的定义7. 1. 1, 得到了这些对应和它们的闭图的若干特征和性质, 给出了子集网在下半连续对应中的应用.

关键词: 超空间, 连续对应, 闭图, 子集网, 拓扑空间
分类号: AMS(1991) 54A/CLC O189. 1
文献标识码: A **文章编号**: 1000-341X(1999)增刊-0299-06

1 介绍与预备

连续对应的概念最早是由Moore(1925年)和Hill(1927年)独自给出的; 后来Kuratowski等十多位著名数学家和经济数学家又先后研究了它的性质和它在经济分析中的应用[1]. 对应及连续对应的结果在许多领域例如集值测度; 可测集值映射和集值映射的微分与积分等方面都有重要应用; 尤其是对应理论已成为经济分析的重要工具[1, 2]. 因此深入研究对应理论的重要性和必要性是不言而喻的. 本文的目的是给出连续对应一个更便于应用的定义, 即定义2. 1, 它的优点从本文所讨论的性质中即可见到.

设$X\neq\varnothing$, $P(X)=\{A: A\subset X\}$, $P_o(X)=P(X)-\{\varnothing\}$, 称$P_o(X)$为$X$上的超空间[2]. $\forall B\in P(X)$, 定义$I^*(B)=\{A\in P_o(X): A\subset B\}$, $I_*(B)=\{A\in P_o(X): A\cap B\neq\varnothing\}$, 容易证明$I^*$保交且$I_*$保并. 设$(X, \mathbf{T})$为拓扑空间, 令$\mathbf{A}=\{I^*(G): G\in\mathbf{T}\}$, $\mathbf{B}=\{I_*(G): G\in\mathbf{T}\}$, $\mathbf{C}=\{I_*(G), I^*(G): G\in\mathbf{T}\}$, 以$\mathbf{A}$为基的拓扑称为超空间$P_o(X)$上的上拓扑, 记$\mathbf{T}_u$; 以$\mathbf{B}$为子基的拓扑称为超空间$P_o(X)$上的下拓扑, 记为$\mathbf{T}_l$; 以$\mathbf{C}$为子基的拓扑称为超空间$P_o(X)$上的Vietories拓扑, 记为$\mathbf{T}_v$. 设$X, Y\neq\varnothing$, 映射$f: X\to P_o(Y)$, $x\in X$, $f(x)\in P_o(Y)$称为X到Y的对应[1]或集值映射[2]. 用“′”表示集合的补, 即$B'=X-B$, 记$f^*(B)=\{x\in X: f(x)\subset B\}$, $f_*(B)=\{x\in X: f(x)\cap B\neq\varnothing\}$, 这里$B\in P_o(Y)$, 则可以证明

定理1. 1[2] 设$f: X\to P_o(Y)$是对应, 则

$$f^*(B')=(f_*(B))', f_*(B')=(f^*(B))', (f_*(B'))'=f^*(B).$$

定义1. 1[1, 2] 设X, Y是拓扑空间, $f: X\to P_o(Y)$, 是对应. 若f是X到$(P_o(Y), \mathbf{T}_u)$的连续映射, 则称f是上半连续; 若f是X到$(P_o(Y), \mathbf{T}_l)$的连续映射, 则称f是下半连续; 若f是

* 收稿日期: 1996-11-19

X 到 $(P_o(Y), \mathcal{T}_v)$ 的连续映射, 则称 f 是连续对应或简称为连续

定理 1.2[1,2] 设 $(X, \mathcal{T})$ 与 (Y, δ) 是拓扑空间, $f: X \to P_o(Y)$ 是对应, 则

(1) f 是上半连续当且仅当 $\forall G \in \delta, f^*(G) \in \mathcal{T}$.

(2) f 是下半连续当且仅当 $\forall G \in \delta, f_*(G) \in \mathcal{T}$.

(3) f 是连续当且仅当 $\forall G \in \delta, f^*(G), f_*(G) \in \mathcal{T}$.

2 连续对应的新定义及性质

定义 2.1 设 $(X, \mathcal{T})$ 与 (Y, δ) 是拓扑空间, $f: X \to P_o(Y)$ 是对应, $x_o \in X$.

(1) $\forall G \in \delta$ 且 $x_o \in f_*(G)$, 如果存在 x_o 的开邻域 V 使 $V \subset f_*(G)$, 则称 f 在 x_o 下半连续

(2) $\forall G \in \delta$ 且 $x_o \in f^*(G)$, 如果存在 x_o 的开邻域 V 使 $V \subset f^*(G)$, 则称 f 在 x_o 上半连续

(3) 如果 f 在 x_o 既是上半连续又是下半连续, 则称 f 在 x_o 连续

(4) 称 f 在 X 是上半连续(下半连续, 连续) 如果 f 在 X 上每点都是上半连续(下半连续, 连续).

定理 2.1 设 $(X, \mathcal{T})$ 与 (Y, δ) 是拓扑空间, $f: X \to P_o(Y)$ 是对应, 则

(1) f 是下半连续 $\Leftrightarrow \forall G \in \delta, f_*(G) \in \mathcal{T}$.

(2) f 是上半连续 $\Leftrightarrow \forall G \in \delta, f^*(G) \in \mathcal{T}$.

(3) f 是连续 $\Leftrightarrow \forall G \in \delta, f_*(G) \in \mathcal{T}, f^*(G) \in \mathcal{T}$.

证明 (1) 设 f 是下半连续, $\forall G \in \delta$, 如果 $f_*(G) = \varnothing$, 则 $f_*(G) \in \mathcal{T}$. 设 $f_*(G) \neq \varnothing$, $\forall x \in f_*(G)$, 由定义 2.1 知 f 在 x 下半连续, 于是存在 x 的开邻域 V_x 使 $V_x \subset f_*(G)$. 则显然 $V_x \subset (f_*(G))^o$, 于是 $f_*(G) \subset \bigcup_{x \in f_*(G)} V_x \subset (f_*(G))^o$ 并且因此 $f_*(G) = (f_*(G))^o \in \mathcal{T}$. 反之, $\forall x \in X$, $\forall B \in \delta$ 且 $x \in f_*(B)$, 由定理条件知 $f_*(B)$ 是 x 的开邻域, 令 $V = f_*(B)$, 则

$$x \in V \subset f_*(B).$$

由定义 2.1 知 f 在 x 是下半连续, 因此 f 在 X 是下半连续

类似可证明(2), 由(1) 与(2) 得(3).

注 由定理 2.1 与定理 1.2 知, 虽然定义 1.1 与定义 2.1 不同, 但作为上半连续, 下半连续和连续对应时两个定义是等价的, 定义 2.1 完全不用 $P_o(Y)$ 的上(下) 拓扑和 Vietories 拓扑. 由于定义 2.1 是逐点定义的便于讨论局部连续对应, 而且可以得到连续对应的许多性质 限于篇幅, 本文只讨论下半连续的几个主要性质, 这些性质中的多数是很难由定义 1.1 得到的

定理 2.2 设 X, Y 是拓扑空间, $f: X \to P_o(Y)$ 是对应 f 是下半连续 $\Leftrightarrow \forall B \in P(Y)$, $(f^*(B))^- \subset f^*(B^-)$. 这里 B^- 是 B 的闭包, 下同

证明 $\forall B \in P(Y)$, $\forall x \in (f^*(B))^-$ 及 $\forall y \in f(x)$, 对 y 的任意开邻域 V 有

$$f(x) \cap V \neq \varnothing \Rightarrow x \in f_*(V).$$

因为 f 在 x 下半连续, 存在 x 的开邻域 U 使 $U \subset f_*(V)$, 由此可知 $\forall t \in U$, 有

$$f(t) \cap V \neq \varnothing.$$

由 $x \in (f^*(B))^-$, 得
$$U \cap f^*(B) \neq \varnothing,$$
于是存在 $t_0 \in U \cap f^*(B)$ 使 $f(t_0) \cap V \neq \varnothing$ 且 $f(t_0) \subset B$. 由此得到
$$B \cap V \neq \varnothing, \Rightarrow y \in B^-, \Rightarrow f(x) \subset B^- \text{ 或 } x \in f^*(B^-).$$
这就证明了 $(f^*(B))^- \subset f^*(B^-)$. 相反地, 设 G 是 Y 中任意开集 由定理条件得
$$(f^*(G'))^- \subset f^*(G'^-) = f^*(G') = (f_*(G))',$$
由此有
$$f_*(G) = (f_*(G))'' \subset ((f^*(G'))^-)' = (f_*(G))'^{-\prime} = (f_*(G))^o,$$
这表明 $f_*(G)$ 是 X 中的开集, 由定理 2 1 知 f 是下半连续

推论 2 3　设 X 与 Y 是拓扑空间, f 是下半连续对应 $\Leftrightarrow \forall B \in P(Y)$, $(f_*(B^o)) \subset (f_*(B))^o$.

证明　应用定理 2 2 和定理 1 1.

推论 2 4　设 X 与 Y 是拓扑空间, f 是下半连续对应 $\Leftrightarrow$ 对 Y 中的任意闭集 A, $f^*(A)$ 是 X 中的闭集

下面用子集网[1] 刻画下半连续对应 先证明引理

引理 2 5　A 是拓扑空间 $(X, \mathcal{T})$ 中的非空子集, 则下列条件等价:

(1)　A 是闭集;

(2)　对 A 中的任意子集网 $\{A_n: n \in D\}$, 即 $\forall n \in D, A_n \subset A$, 有 $\overline{\lim} A_n \subset A$;

(3)　对 A 中的任意子集网 $\{A_n: n \in D\}$ 有 $\underline{\lim} A_n \subset A$. $\underline{\lim} A_n$ 与 $\overline{\lim} A_n$ 的意义见[2].

证明　(1) $\Rightarrow$ (2): 设 A 是闭集, $\{A_n: n \in D\}$ 是 A 中的子集网 $\forall x \in \overline{\lim} A_n$ 及 x 的任意开邻域 V, 由[1] 中定义 3 1 4 知, $\forall m \in D$, 存在 $n \geq m$ 使 $A_n \cap V \neq \varnothing$, 更有 $A \cap V \neq \varnothing \Rightarrow x \in A^- = A$, 这表明 $\overline{\lim} A_n \subset A$.

(2) $\Rightarrow$ (3): 因为 $\underline{\lim} A_n \subset \overline{\lim} A_n$, 由 (2) 即得 (3).

(3) $\Rightarrow$ (1): $\forall x \in A^-$, 则存在 A 中的网 $\{S(n) \in A: n \in D\}$ 收敛于 x (网是特殊的子集网), 由 (3) 知 $x \in \lim S = \underline{\lim} S \subset A$ (这里 $S = \{S(n) \in A: n \in D\}$), 因此 $A^- \subset A$, 即 A 是闭集

定理 2 6　设 X, Y 是拓扑空间, f 是下半连续对应 $\Leftrightarrow$ 对 Y 中的任意子集网 $\{A_n: n \in D\}$ 有
$$\underline{\lim} f^*(A_n) \subset f^*(\underline{\lim} A_n).$$

证明　设 f 是下半连续, $\{A_n: n \in D\}$ 是 Y 中的子集网 $\forall x \in \underline{\lim} f^*(A_n)$, 需要证明 $x \in f^*(\underline{\lim} A_n)$. $\forall y \in f(x)$ 及 y 的任意开邻域 V, 有 $f(x) \cap V \neq \varnothing$, 即 $x \in f_*(V)$, 于是存在 x 的开邻域 U 使 $U \subset f_*(V)$, 由此可知, $\forall z \in U, f(z) \cap V \neq \varnothing$. 因为 $x \in \underline{\lim} f^*(A_n)$, 所以存在 $m \in D$, 当 $n \geq m$ $(n \in D)$ 有 $f^*(A_n) \cap U \neq \varnothing$, 即 $\forall n \geq m$, 有 $x_n \in f^*(A_n) \cap U$. 由 $x_n \in f^*(A_n)$ 得 $f(x_n) \subset A_n$, 又由 $x_n \in U$, 得 $f(x_n) \cap V \neq \varnothing$, 所以当 $n \geq m$ 时我们得到 $A_n \cap V \neq \varnothing$, 这表明 $y \in \underline{\lim} A_n$. 由于 $y \in f(x)$ 的任意性, 显然 $f(x) \subset \underline{\lim} A_n$ 或 $x \in f^*(\underline{\lim} A_n)$. 相反地, 设 B 是 Y 中任意闭集且 $\{B_n: n \in D\}$ 是 B 中的任意子集网, 由引理 2 5 有 $\underline{\lim} B_n \subset B$, 由定理条件得 $\underline{\lim} f^*(B_n) \subset f^*(\underline{\lim} B_n) \subset f^*(B)$. 再由引理 2 5 知 $f^*(B)$ 是 X 中的闭集, 由推论 2 4 知 f 是下半连续对应

定理 2 7　设 X, Y 为拓扑空间, f 是下半连续对应 $\Leftrightarrow$ 对 Y 中任意子集网 $\{A_n: n \in D\}$, 有

$$\overline{\lim} f^{*}(A_n) \subset f^{*}(\overline{\lim} A_n).$$

证明与定理2.6类似,略去.

定理2.8 设X,Y是拓扑空间,f是上半连续紧值对应,若K是X中的紧子集,则$f(K)$是Y中的紧子集.这里$f(K)=\bigcup_{x\in K}f(x)$.

证明 设$\{G_i\}_{i\in I}$是$f(K)$的开覆盖,由假设$f(x)(x\in K)$是Y中的紧子集,于是存在$\{G_j: j\in\Gamma\subset I\}$($\Gamma$是有限集)覆盖$f(x)$,令$P_x=\bigcup_{j\in\Gamma}G_i$,则$f(x)\subset P_x$且$P_x$是开集.因为$f$是上半连续对应,所以$f^{*}(P_x)$是$x$的开邻域,易知$\{f^{*}(P_x)\}_{x\in K}$是$K$的开覆盖,因此存在有限个$\{f^{*}(P_{x_m})\}_{m=1}^{n}$覆盖$K$,显然$\{P_{x_m}\}_{m=1}^{n}$是$f(K)$的有限覆盖,因此$f(K)$是$Y$中的紧子集.

定理2.9 设f是紧空间X到T_2空间Y的上半连续紧值对应,则f是闭对应,即任意闭集A的象$f(A)$是闭集,这里$f(A)=\bigcup_{x\in A}f(x)$.

应用定理2.8容易给出定理2.9的证明.

定理2.10 设X,Y为拓扑空间,$f: X\to P_o(Y)$是对应,若任意$x\in X$,$f(x)$是闭集,则f是上半连$\Leftrightarrow\overline{f}$是上半连续,这里$\overline{f}(x)=\overline{f(x)}$,$x\in X$.

如果$\forall x\in X$,$f(x)$是闭集,则等式$f^{*}(B)=\overline{f}^{*}(B)$成立,应用这个等式易证定理2.10.

3 对应的闭图

对应的闭图在[1]或[2]中有许多应用.本节将讨论闭图和图对应.

定义3.1[1,2] 设$f: X\to P(Y)$是对应,f的图为

$$G(f)=\{(x,y)\in X\times Y: x\in X, y\in f(x)\}.$$

如果$G(f)$是$X\times Y$中的闭集,则称f有闭图.

$\forall x\in X$,若$f(x)$是闭集,但$G(f)$不必是闭集,如果$G(f)$是闭集,则$f(x)(x\in X)$是闭集[2].

定理3.1 设X,Y为拓扑空间,$f: X\to P_o(Y)$是对应.则f有闭图$\Leftrightarrow\forall x_o\in X$,$\forall y_o\in Y$,且$y_o\notin f(x_o)$,存在$x_o$的开邻域$U$和不含$y_o$的闭集$B$使$U\subset f^{*}(B)$.

证明 设$G(f)$是闭集,$\forall x_o\in X$,$\forall y_o\notin f(x_o)$,$y_o\in Y$则$(x_o,y_o)\notin G(f)$,于是存在(x_o,y_o)的开邻域W使$W\cap G(f)=\varnothing$,根据[8]定理5.3和定理9.4,存在开集U,V使$(x_o,y_o)\in U\times V\subset W$,显然$G(f)\cap(U\times V)=\varnothing$.令$B=V'$,则$B$是不含$y_o$的闭集,现在要证$U\subset f^{*}(B)$.假如存在$x_1\in U$使$x_1\notin f^{*}(B)$,即$f(x_1)\not\subset B$,则显然$f(x_1)\cap B'=f(x)\cap V\neq\varnothing$,于是存在$y_1\in f(x_1)\cap V$,因此得到$(x_1,y_1)\in U\times V$且$(x_1,y_1)\in G(f)$,这表明$G(f)\cap(U\times V)\neq\varnothing$矛盾.反之,设定理条件成立,要证$G(f)$是闭集.$\forall(x_o,y_o)\notin G(f)$,则$y_o\notin f(x_o)$,于是存在$x_o$的开邻域$U$和不含$y_o$的闭集$B$使$U\subset f^{*}(B)$,令$V=B'$,则$V$是$y_o$的开邻域,因此$U\times V$是$(x_o,y_o)$的开邻域,我们断言$G(f)\cap(U\times V)=\varnothing$,因此$G(f)$是闭集.事实上,若$G(f)\cap(U\times V)\neq\varnothing$,则存在$(x_1,y_1)\in G(f)$且$(x_1,y_1)\in U\times V$,显然$x_1\in U$,$y_1\in f(x_1)$且$y_1\in V$,由此得知$f(x_1)\cap V\neq\varnothing\Rightarrow x_1\in f_{*}(V)=f_{*}(B')=(f^{*}(B))'\Rightarrow x_1\notin f^{*}(B)$.这与$U\subset f^{*}(B)$矛盾.

推论3.2 设X与Y是拓扑空间,$f: X\to P_o(Y)$是对应,则f有闭图$\Leftarrow\Rightarrow\forall x_o\in X$,$\forall y_o$

$\notin f(x_o)$, $y_o \in Y$, 存在 x_o 的开邻域 U 和不含 y_o 的闭集 B 使 $f(U) \subset B$.

定理 3.3 设 X 与 Y 是拓扑空间 $f: X \to P_o(Y)$ 是对应. f 有闭图 $\Leftarrow\Rightarrow$, 如果 X 中的网 $\{x_n: n \in D\}$ 收敛于 x_o, 并对所有 $n \in D$, $y_n \in f(x_n)$ 且网 $\{y_n: n \in D\}$ 收敛于 y_o, 则 $y_o \in f(x_o)$.

证明 应用定理 3.1 从略.

定理 3.4 设 X 为拓扑空间, Y 是正则空间, f 是上半连续对应且 $\forall x \in X$, $f(x)$ 是闭集, 则 f 有闭图.

证明 $\forall x_o \in X$, $\forall y_o \in Y$ 且 $y_o \notin f(x_o)$. 已知 $f(x_o)$ 是闭集. 由 Y 的正则性, 存在 y_o 与 $f(x_o)$ 的开邻域 V_1 与 V_2 使

$$V_1 \cap V_2 = \varnothing. \qquad (*)$$

因为 $f(x_o) \subset V_2$ 且 f 在 x_o 上半连续, 存在 x_o 的开邻域 U 使 $U \subset f^*(V_2)$, 由 $(*)$ 式知 $y_o \notin \bar{V}_2$, 即 $\bar{V}_2$ 是不含 y_o 的闭集并有 $U \subset f^*(V_2) \subset f^*(\bar{V}_2)$, 由定理 3.1 即知 f 有闭图.

定义 3.2 设 $f: X \to P_o(Y)$ 是对应, 对应 $g: X \to P_o(X) \times P_o(Y)$ 定义为 $\forall x \in X$, $g(x) = \{x\} \times f(x)$, 并称 g 是 f 的图对应.

定理 3.5 设 $(X, \mathcal{T})$, (Y, δ) 是拓扑空间, $f: X \to P_o(Y)$ 是对应, g 是 f 的图对应. 则 f 是下半连续(上半连续) $\Leftarrow\Rightarrow g$ 是下半连续(上半连续).

证明 设 f 下半连续, $\forall x \in X$, 对 $X \times Y$ 中任意开集 W 且 $x \in g_*(W)$. 记 $W = \cup\{A_\alpha \times B_t: A_\alpha \in \mathcal{T}, \alpha \in I; B_t \in \delta, t \in \Gamma\}$, 则存在某个 $B_{t_o} \in \delta$, $t_o \in \Gamma$ 使 $f(x) \cap B_{t_o} \neq \varnothing$, 即 $x \in f_*(B_{t_o})$. 事实上, 如果 $\forall t \in \Gamma$, 都有 $f(x) \cap B_t = \varnothing$, 则 $f(x) \cap (\bigcup_{t\in\Gamma} B_t) = \bigcup_{t\in\Gamma}(f(x) \cap B_t) = \varnothing$, 于是 $\forall y \in f(x)$, $y \notin \bigcup_{t\in\Gamma} B_t$, 从而 $(x, y) \notin W$. 但 $(x, y) \in g(x)$, 这表明 $\forall (x, y) \in g(x)$, $(x, y) \notin W \Rightarrow g(x) \cap W = \varnothing$, 这与 $x \in g_*(W)$ 矛盾. 由此说明必有某个 $t_o \in \Gamma$ 使 $x \in f_*(B_{t_o})$. 已知 f 在 x 下半连续, 存在 x_o 的开邻域 U 使 $U \subset f_*(B_{t_o})$, 即 $\forall z \in U$, $f(z) \cap B_{t_o} \neq \varnothing$, 任意取定 $\alpha_o \in I$, 令 $A_{\alpha_o} \cap U = P$, 易知 P 是 x 的开邻域. 且 $\forall z \in P(\subset U)$, $f(z) \cap B_{t_o} \neq \varnothing$, 因此存在 $y^* \in f(z) \cap B_{t_o}$, 而 $(z, y^*) \in g(z)$ 且 $(z, y^*) \in A_{\alpha_o} \times B_{t_o} \subset W$, 这表明 $\forall z \in P$, 有 $g(z) \cap W \neq \varnothing$ 或 $P \subset g_*(W)$, 由定义 2.1 知 g 是下半连续. 反过来, 设 g 是下半连续, $\forall x \in X$, $\forall V \in \delta$ 且 $x \in f_*(V)$, 即 $f(x) \cap V \neq \varnothing$, 于是存在 $y \in f(x) \cap V \Rightarrow (x, y) \in g(x) \Rightarrow g(x) \cap (X \times V) \neq \varnothing$, 或 $(x, y) \in g_*(X \times V)$. 因为 $X \times V$ 是开集且 g 是下半连续, 存在 x 的开邻域 U 使 $U \subset g_*(X \times V)$, 等价地 $\forall z \in U$, $g(z) \cap (X \times V) \neq \varnothing$. 下面只须证明 $\forall z \in U$, $f(z) \cap V \neq \varnothing$. 如果有 $z_o \in U$, 使 $f(z_o) \cap V = \varnothing$, 则 $\forall y \in f(z_o)$ 都有 $y \notin V$, 从而 $(z_o, y) \notin X \times V \Rightarrow g(z_o) \cap (X \times V) = \varnothing$ 矛盾. 因此证明 f 是下半连续. 对于上半连续的情形可类似给出证明. 到此定理全部证完.

作者感谢王国俊教授的建议和指导!

参 考 文 献

[1] Klein E and Thompson A C. *Theory of Correspondences* [M]. New york, 1984.

[2] 张文修. 集值测度与随机集 [M]. 西安交通大学出版社, 1989.

[3] Kuratowski K. *Some problems concerning semicontinuous set-valued mappings* [C]. in Fleischman W M eds. *Set-Valued Mappings, Selections and Topological Properties of* 2^X. Lecture Notes in Math. 171,

Springer Berlin, New York, 1970.
[4] Mrowka S. *Some comments on the space of subsets* [C]. in Fleischman W M eds. *Set-Valued Mappings, Selections and Topological Properties of* 2^X. Lecture Notes in Math. 171, Springer, Berlin, New York, 1970.
[5] Moore R L. *Concerning upper semicontinuous collections of continua* [J]. Trans. Am. Math. Soc., 1925, **27**: 416-428.
[6] Hill L S. *Properties of certain aggregate functions* [J]. Am. J. Math., 1927, **49**: 419-432.
[7] Engelking R. *General Topology* [M]. Poland, Warszawa, 1977.
[8] **熊金城 点集拓扑学讲义** [M]. **北京: 人民教育出版社**, 1982.
[9] Cheng Jishu. *L-fuzzy continuous, semicontinuous and weakly semicontinuous multifunctions in fuzzy lattices* [J]. J. Fuzzy Mathematics, 1995, **2**: 317-325.

Continuous Correspondences and Closed Graph of Correspondences on Super-Space

Cheng Jishu
(Qinghai Junior Teachers' College, Xining 810007)

Abstract

The aim of this paper is to redefine upper semicotinuous, lower semicotinuous and continuous correspondences on super-spaces, which are improvement of Klein's Definition 7.1.1 in [1]. Some characterizations and properties of these correspondences and their closed graph are obtained, applications of subsets nets in lower semicontinuous correspondence are given.

Keywords Super-space, continuous correspondence, closed graph, subsets net, topological space.