第25卷第1期 数学研究与评论 Vol.25, No.1
2005年2月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Feb., 2005

文章编号: 1000-341X(2005)01-0169-07 文献标识码: A

B 值随机元阵列加权和的 L^r 收敛性

邱德华 [1], 杨向群 [2]
(1. 衡阳师范学院数学系, 湖南 衡阳 421008; 2. 湖南师范大学数学系, 湖南 长沙 410081)
(E-mail: qiudhua@sina.com)

摘 要: 设 B 是实可分的 Banach 空间, $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n \le i \le v_n, n \ge 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列, $\{a_{ni}, u_n \le i \le v_n, n \ge 1\}$ 是实数阵列, 当 $0 < r < 1$ 或 $1 \le r \le p$ 且 B 是 p 可光滑时, 研究了 $\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}$ 的 L^r 收敛性, 所得的结果推广并改进了许多已知的结果.

关键词: B 值适应随机元阵列; p 可光滑的 Banach 空间; L^r 收敛性.
MSC(2000): 60F25, 60G48
中图分类: O211.4

1 引 言

本文恒设 $(B, \|\cdot\|)$ 为实可分的 Banach 空间, (Ω, F, p) 为概率空间, $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n \le i \le v_n, n \ge 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列, $F_{nu_n-1} = \{\emptyset, \Omega\}, n \ge 1$. 称 Banach 空间 B 是 p $(1 \le p \le 2)$ 可光滑的, 若存在常数 c, 使得对于每个 L^p 可积鞅差序列 $\{D_n, F_n, n \ge 1\}$ 有 $E\|\sum_{i=1}^n D_i\|^p \le c\sum_{i=1}^n E\|D_i\|^p$, $n \ge 1$.

Soo Hak Song 在 [1] 证明了如下结果: $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n \le i \le v_n, n \ge 1\}$ 是实值随机变量阵列, $\{K_n, n \ge 1\}$ 是正整数序列, $\lim_{n\to\infty} K_n = \infty, 0 < r < 2$, 若

$$\sup_n \frac{1}{K_n}\sum_{i=u_n}^{v_n} E|X_{ni}|^r < \infty,$$

且当 $a \to \infty$, 关于 n 一致地有

$$\frac{1}{K_n}\sum_{i=u_n}^{v_n} E|X_{ni}|^r I(|X_{ni}|^r > a) \to 0,$$

则

$$\frac{1}{K_n^{1/r}}\sum_{i=u_n}^{v_n}(X_{ni} - b_{ni}) \to 0 \ \ (L^r\text{收敛}).$$

其中

$$b_{ni} = \begin{cases} 0, & 0 < r < 1, \\ E[X_{ni}|F_{ni-1}], & 1 \le r < 2, \end{cases}$$

$F_{nj} = \sigma(X_{ni}, u_n \le i \le j), F_{nu_n-1} = \{\emptyset, \Omega\}$.

收稿日期: 2003-12-29
基金项目: 国家自然科学基金 (10071019), 湖南省教育厅科研基金 (03C094).

当 $u_n=1, v_n=K_n, n\ge 1$ 时,上述结果即为 Gut[2] 的结果.对阵列 $\{X_{ni}, 1\le i\le K_n, n\ge 1\}$ 的弱大数律,许多学者进行了研究 [3,4,5,6].

本文在 $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列, $\{a_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$ 是实数阵列时,研究了 $\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}$ 的 L^r 收敛性,所得的结果是 [1,2] 的推广,同时,也是 [5,6] 部分结果的推广,且条件要弱.

以下总用 c 表示正常数,它在不同的地方可代表不同的值,即使在同一式中也如此.

1 主要结果和证明

引理 1 设 $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列,其中 $F_{nu_n-1}=\{\emptyset,\Omega\}$, $\{a_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$ 是实数阵列, $r>0$, 若

$$\sup_n \sum_{i=u_n}^{v_n} |a_{ni}|^r E||X_{ni}||^r<\infty, \tag{1}$$

$$\sup_n \sum_{i=u_n}^{v_n} |a_{ni}|^r E||X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>a)\to 0, \quad a\to\infty, \tag{2}$$

$$a_n=(\max_{u_n\le i\le v_n}|a_{ni}|)^{-1}\to\infty, \quad n\to\infty, \tag{3}$$

则对 $\forall\beta>r$, 有

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^\beta E||X_{ni}||^\beta I(||X_{ni}||\le a_n)=0. \tag{4}$$

证明 $x\in\mathbf{R}$, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,因 $\beta>r>0$, 则

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^\beta E||X_{ni}||^\beta I(||X_{ni}||\le a_n)\\
&\le \sum_{i=u_n}^{v_n} E|a_{ni}|^\beta||X_{ni}||^\beta I(||X_{ni}||\le [a_n]+1)\\
&= \sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{[a_n]+1} E|a_{ni}|^\beta||X_{ni}||^\beta I(j-1<||X_{ni}||\le j)\\
&\le \sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{[a_n]+1} |ja_{ni}|^{\beta-r} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(j-1<||X_{ni}||\le j)\\
&= \sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{[a_n]+1} |ja_{ni}|^{\beta-r} E||a_{ni}X_{ni}||^r [I(||X_{ni}||>j-1)-I(||X_{ni}||>j)]\\
&= \sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^{\beta-r}E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>0)-\\
&\quad \sum_{i=u_n}^{v_n}|([a_n]+1)a_{ni}|^{\beta-r}E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>[a_n]+1)+\\
&\quad \sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{[a_n]}\left(|(j+1)a_{ni}|^{\beta-r}-|ja_{ni}|^{\beta-r}\right)E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\leq \sum_{i=u_n}^{v_n} |a_{ni}|^{\beta-r} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>0)+\\
&\sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{[a_n]} \left(|(j+1)a_{ni}|^{\beta-r}-|ja_{ni}|^{\beta-r}\right) E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j)\\
&:=A_n+B_n.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

由 $\beta>r$ 及 (1),(3) 有

$$
A_n \leq \max_{u_n\leq i\leq v_n} |a_{ni}|^{\beta-r} \sum_{i=u_n}^{v_n} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>0)\to 0,\quad n\to\infty,
$$

因此

$$
\lim_{n\to\infty} A_n=0. \tag{6}
$$

由 (2), 对任意 $\varepsilon>0$, 存在 j_0, 使

$$
\sup_n \sum_{i=u_n}^{v_n} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j_0)<\varepsilon,
$$

故对 $[a_n]>j_0$, 有

$$
\begin{aligned}
B_n=&\sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{j_0-1} \left(|(j+1)a_{ni}|^{\beta-r}-|ja_{ni}|^{\beta-r}\right) E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j)+\\
&\sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=j_0}^{[a_n]} \left(|(j+1)a_{ni}|^{\beta-r}-|ja_{ni}|^{\beta-r}\right) E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j)\\
:=&C_n+D_n.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$$
\begin{aligned}
C_n&\leq \sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=1}^{j_0-1} \left[(|(j+1)^{\beta-r}-j^{\beta-r}\right] |a_{ni}|^{\beta-r} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>0)\\
&\leq j_0^{\beta-r} \max_{u_n\leq i\leq v_n} |a_{ni}|^{\beta-r} \sum_{i=u_n}^{v_n} E||a_{ni}X_{ni}||^r,
\end{aligned}
$$

由 $\beta>r$ 及 (1),(3) 得

$$
\lim_{n\to\infty} C_n=0. \tag{8}
$$

由 (3) 式，当 n 充分大时，有 $[a_n]+1\leq 2/\max_{u_n\leq i\leq v_n}|a_{ni}|$, 故

$$
\begin{aligned}
D_n&\leq \sum_{i=u_n}^{v_n}\sum_{j=j_0}^{[a_n]} \left[|(j+1)a_{ni}|^{\beta-r}-|ja_{ni}|^{\beta-r}\right] E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j_0)\\
&=\sum_{i=u_n}^{v_n} \left[(([a_n]+1)^{\beta-r}-j_0^{\beta-r}\right] |a_{ni}|^{\beta-r} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j_0)\\
&\leq \sum_{i=u_n}^{v_n} [(([a_n]+1)|a_{ni}|]^{\beta-r} E||a_{ni}X_{ni}||^r I(||X_{ni}||>j_0)\\
&<2^{\beta-r}\varepsilon.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

由 (7)-(9) 得

$$\lim_{n\to\infty} B_n = 0. \tag{10}$$

由 (5),(6),(10) 得 (4) 成立.

定理 1　设 B 是实可分的 p $(1 < P \leq 2)$ 可光滑 Banach 空间, $1 \leq r < p$, $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n \leq i \leq v_n, n \geq 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列, $F_{nu_n-1} = \{\emptyset, \Omega\}$, $\{a_{ni}, u_n \leq i \leq v_n, n \geq 1\}$ 是实数阵列. 若 (1),(2),(3) 成立, 且

$$\sup_n \sum_{i=u_n}^{v_n} ||E[X_{ni}|F_{ni-1}]||_p < \infty, \tag{11}$$

则

$$\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni} \to 0 \ \ (L^r\text{收敛}). \tag{12}$$

证明　$\forall u_n \leq i \leq v_n, n \geq 1$, 令

$$X'_{ni} = a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}|| \leq a_n) - E[a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}|| \leq a_n)|F_{ni-1}],$$

$$X''_{ni} = a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}|| > a_n) - E[a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}|| > a_n)|F_{ni-1}].$$

因 Banach 空间 B 是 p $(1 < p \leq 2)$ 可光滑的, $1 \leq r < p$, 由 Cr 不等式, Jensen 不等式, 有

$$\begin{aligned}
&E\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\|^r \\
&\leq cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}(X_{ni} - E[X_{ni}|F_{ni-1}])\|^r + cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}])\|^r \\
&\leq cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} X'_{ni}\|^r + cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} X''_{ni}\|^r + cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}])\|^r \\
&\leq c(\sum_{i=u_n}^{v_n} E\|X'_{ni}\|^p)^{r/p} + cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} X''_{ni}\|^r + cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|^r.
\end{aligned} \tag{13}$$

令 $\beta = p$, 由引理 1 及 Cr 不等式得

$$\sum_{i=u_n}^{v_n} E||X'_{ni}||^p \leq c\sum_{i=u_n}^{v_n} E||a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}|| \leq a_n)||^p \to 0, \quad n \to \infty. \tag{14}$$

因 Banach 空间 B 是 p $(1 < p \leq 2)$ 可光滑的, $1 \leq r < p$, 从而 B 是 r 可光滑的, 由 (2),(3),Cr 不等式有

$$E\|\sum_{i=u_n}^{v_n} X''_{ni}\|^r \leq c\sum_{i=u_n}^{v_n} E\|X''_{ni}\|^r \leq c\sum_{i=u_n}^{v_n} E||a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}|| > a_n)||^r \to 0, \ \ n \to \infty. \tag{15}$$

由 Jensen 不等式, Cr 不等式, 范数不等式及 (3),(11) 有

$$\begin{aligned}
E\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}])\|^r &\leq (\sum_{i=u_n}^{v_n} |a_{ni}|||E[X_{ni}|F_{ni-1}])||_p)^r \\
&\leq (\max_{u_n\leq i\leq v_n} |a_{ni}|\sum_{i=u_n}^{v_n} ||E[X_{ni}|F_{ni-1}]||_p)^r \to 0, \ \ n \to \infty.
\end{aligned} \tag{16}$$

由 (13)-(16) 得 (12) 成立.

定理 2 设 B 是实可分的 Banach 空间， $0<r<1$, $\{X_{ni},u_n\le i\le v_n,n\ge 1\}$ 是任意 B 值随机元阵列， $\{a_{ni},u_n\le i\le v_n,n\ge 1\}$ 是实数阵列，若 (1),(2),(3) 成立，则

$$\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\to 0\ \ (L^r\text{收敛}), \tag{17}$$

证明 $0<r<1$, 令 $\beta=1$, 由引理 1, Cr 不等式， Jensen 不等式及 (2),(3), 有

$$\begin{aligned}
&E\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\|^r\\
&\le E(\sum_{i=u_n}^{v_n}||a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||\le a_n)||)^r+\sum_{i=u_n}^{v_n}E||a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||>a_n)||^r\\
&\le (\sum_{i=u_n}^{v_n}E||a_{ni}X_{ni}||I(||X_{ni}||\le a_n))^r+\sum_{i=u_n}^{v_n}E||a_{ni}X_{ni}||^rI(||X_{ni}||>a_n)\\
&\to 0,\ \ n\to 0,
\end{aligned} \tag{18}$$

故 (17) 成立.

注 1 由于实空间 $\mathbf{R}$ 是 2 光滑的，令 $a_{ni}={K_n}^{1/r}$, 则由定理 1, 定理 2 可得 [1] 定理 1 的结论，且条件比 [1] 要弱.

定理 3 设 B 是实可分的 p $(1\le p\le 2)$ 可光滑 Banach 空间， $1\le r\le p$, $\{X_{ni},F_{ni},u_n\le i\le v_n,n\ge 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列， $F_{nu_n-1}=\{\emptyset,\Omega\}$, $\{a_{ni},u_n\le i\le v_n,n\ge 1\}$ 是实数阵列. 若 (2),(11) 成立，且

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^p=0, \tag{19}$$

则

$$\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\to 0\ \ (L^r\text{收敛}). \tag{20}$$

证明 对任意固定 $a>0$, 每一 $u_n\le i\le v_n,n\ge 1$, 令

$$X'_{ni}=a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||\le a)-E[a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||\le a)|F_{ni-1}],$$

$$X''_{ni}=a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||> a)-E[a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||> a)|F_{ni-1}].$$

由 Cr 不等式， Jensen 不等式及 (19), 有

$$\sum_{i=u_n}^{v_n}E||X'_{ni}||^p\le c\sum_{i=u_n}^{v_n}E||a_{ni}X_{ni}I(||X_{ni}||\le a)||^p\le ca^p\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^p\to 0,\ \ n\to\infty. \tag{21}$$

由 (2) 有

$$\sum_{i=u_n}^{v_n}E||X''_{ni}||^r\le c\sum_{i=u_n}^{v_n}E||a_{ni}X_{ni}||^rI(||X_{ni}||>a)\to 0,\ \ a\to\infty. \tag{22}$$

同定理 1(16) 有

$$E\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|^r \to 0, \tag{23}$$

由定理 1(13) 式和 (21),(22),(23) 得 (19) 成立.

注 2 定理 3 条件比 [5,6] 的定理条件弱.

定理 4 设 B 是 Banach 空间, $0<r\le 1, \{X_{ni}, F_{ni}, u_n \le i \le v_n, n\ gel\}$ 是 B 值适应随机元阵列, $F_{nu_n-1}=\{\emptyset,\Omega\}, \{a_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$ 是实数阵列. 若 (2) 成立, 且

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^r=0, \tag{24}$$

则

$$\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\to 0 \ \ (L^r\text{收敛}). \tag{25}$$

证明 由 Cr 不等式, (2)(24), 先令 $n\to\infty$, 后令 $a\to\infty$, 有

$$\begin{aligned}E\left\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\right\|^r &\le E\sum_{i=u_n}^{v_n}\|a_{ni}X_{ni}I(\|X_{ni}\|\le a)\|^r+\sum_{i=u_n}^{v_n}E\|a_{ni}X_{ni}I(\|X_{ni}\|>a)\|^r\\ &\le a^r\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^r+\sum_{i=u_n}^{v_n}E\|a_{ni}X_{ni}\|^rI(\|X_{ni}\|>a)\\ &\to 0,\quad n\to\infty.\end{aligned}$$

定理 5 设 B 是实可分的 p $(1\le p\le 2)$ 可光滑的 Banach 空间, $\{X_{ni}, F_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$ 是 B 值适应随机元阵列, $F_{nu_n-1}=\{\emptyset,\Omega\}, \{a_{ni}, u_n\le i\le v_n, n\ge 1\}$, 是实数阵列. 若 (11),(19) 成立, 且

$$\sup_{n,i}E\|X_{ni}\|^p<\infty, \tag{26}$$

则

$$\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}X_{ni}\to 0 \ \ (L^p\text{收敛}). \tag{27}$$

证明 由范数不等式, Hölder 不等式, Cr 不等式及 (11),(19), 有

$$\begin{aligned}E\|\sum_{i=u_n}^{v_n} a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|^p &\le (\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|\ \|E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|_p)^p\\ &\le [(\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^p)^{1/p}(\sum_{i=u_n}^{v_n}\|E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|_p^{p/(p-1)})^{(p-1)/p}]^p\\ &\le [(\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^p)^{1/p}\sum_{i=u_n}^{v_n}\|E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|_p]^p\\ &\le c\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^p\to 0,\quad n\to\infty.\end{aligned} \tag{28}$$

由 Cr 不等式及 B 是 $p(1\le p\le 2)$ 可光滑的 Banach 空间和 (28) 有

$$\begin{aligned}E\|\sum_{i=u_n}^{v_n}a_{ni}X_{ni}\|^p &\le cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n}a_{ni}(X_{ni}-E[X_{ni}|F_{ni-1}])\|^p+cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n}a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|^p\\ &\le c\sum_{i=u_n}^{v_n}E\|a_{ni}(X_{ni}-E[X_{ni}|F_{ni-1}])\|^p+cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n}a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|^p\\ &\le c\sum_{i=u_n}^{v_n}E\|a_{ni}X_{ni}\|^p+cE\|\sum_{i=u_n}^{v_n}a_{ni}E[X_{ni}|F_{ni-1}]\|^p\\ &\le c(\sum_{i=u_n}^{v_n}|a_{ni}|^p)(\sup_{n,i}E\|X_{ni}\|^p+1)\to 0,\quad n\to\infty,\end{aligned}\tag{29}$$

由 (29) 知 (27) 成立.

注 3　定理 5 条件比 [5] 的定理 2.7 条件要弱得多，比 [7] 采用的 p 阶 Lindeberg 条件更弱.

参考文献:

[1] Soo Hak Song. *Weak law of large numbers for arrays of random variables* [J]. Statist. Probab. Lett., 1999, **42**: 293–298.

[2] GUT A. *The weak law of large numbers for arrays* [J]. Statist. Probab. Lett., 1992, **14**: 49–52.

[3] HONG D H, LEE S. *A general weak law of large numbers for arrays* [J]. Bull. Inst. Math. Acad. Sinica, 1996, **24**: 205–209.

[4] HONG D H, OH K S. *On the weak law of large numbers for arrays* [J]. Statist. Probab. Lett., 1995, **22**: 55–57.

[5] 甘师信. B 值鞅差阵列加权和的 L^r 收敛性与弱大数律 [J]. 武汉大学学报 (自), 1994, **1**: 1–8.
GAN Shi-xin. *L^r convergence of weighted sums of Banach space valued martingale difference arrays and the weak law of large numbers* [J]. J. Wuhan Univ. (Nat.Sci.Ed.), 1994, **1**: 1–8. (in Chinese)

[6] 甘师信, 张峰, 叶臣. B 值鞅差序列加权和的收敛性与大数定律 [J]. 武汉大学学报 (自), 2000, **46**(3): 266–268.
GAN Shi-xin, ZHANG Feng, YE Chen. *The convergence and the law of large numbers for weighted sums of martingale difference series in Banach spaces* [J]. J. Wuhan Univ. (Nat.Sci.Ed.), 2000, **46**(3): 266-268. (in Chinese)

[7] HALL P. *On the L^p convergence of sums of independent random variable* [J]. Math. Proc. Camb. Phill. Soc., 1977, **82**: 439–446.

L^r Convergence of Weighted Sums of Arrays of Banach Space Valued Elements

QIU De-hua[1], *YANG Xiang-qun*[2]

(1. Dept. of Math., Hengyang Normal University, Hunan 421008, China;
2. Dept. of Math., Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

Abstract: Let B be a separable Banach space, let $\{X_{ni},F_{ni},u_n\le i\le v_n,n\ge 1\}$ be an arrays of B-valued adapted random elements, and let $\{a_{ni},u_n\le i\le v_n,n\ge 1\}$ be an arrays of real numbers. When $0<r<1$ or $1\le r\le p$ and B are p-smoothable, L^r convergence of weighted sums $\sum_{i=u_n}^{v_n}a_{ni}X_{ni}$ is investigated in this paper. Some known results are extended.

Key words: Arrays of B-valued adapted random element; p-smoothable Banach space; L^r convergence.