第26卷第3期 数 学 研 究 与 评 论 Vol.26, No.3
2006年8月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Aug., 2006

文章编号: 1000-341X(2006)03-0576-07 **文献标识码**: **A**

一类时滞状态相关的中立型泛函微分方程解的存在性定理

舒小保 [1]，徐远通 [2]

(1. 湖南大学数学与计量经济学院，湖南 长沙 410082;
2. 中山大学数学与计算科学学院，广东 广州 510275)
(E-mail: sxb0221@163.com)

摘 要: 本文在拟 Banach 空间中研究了一类时滞状态相关的中立型方程，利用不动点定理讨论了时滞状态相关的中立型方程

$$x'(t)=f(x(t),x(t-r),x'(t-r)),\quad r=r(x(t))$$

解的存在唯一性定理，从而推广了有关结论.

关键词: 拟 Banach 空间；时滞状态相关的中立性方程；存在性；唯一性；不动点定理.
MSC(2000): 34K40
中图分类: O175.1

许多数学家研究了时滞状态相关的时滞方程

$$x'=f(x(t),x(t-r)),\quad r=r(x(t)). \tag{1.1}$$

Cooke and Huang[3] 发现了把方程 (1.1) 线性化的困难，而得出方程近原点处的解的近似估计. Mallet-Paret 和 Nussbaum[5] 证明了下面的方程 (1.2) 存在一个锯齿型，缓慢振动的周期解.

$$\varepsilon x'(t)=-x(t)+f(x(t-r)),\quad r=r(x(t)),\quad \varepsilon\to 0. \tag{1.2}$$

Hari P. Krishnan[1] 和 Tibor K.[2] 分别用不同的方法证明了方程 (1.1) 解的存在唯一性定理和原点存在解的不稳定流形．本文研究了下面方程 (1.3) 解的存在和唯一性定理.

$$x'(t)=f(x(t),x(t-r),x'(t-r)),\quad r=r(x(t)) \tag{1.3}$$

Hale 和 Ladeira[4] 引进了 quasi-Banach 空间 $W^{1,\infty}$, 研究了方程

$$x'(t)=f(x(t),x(t-\rho)).$$

虽然在 [4] 中时滞参数 ρ 既不是时间也不是时滞状态相关的，但他们指出的空间 $W^{1,\infty}$ 对于时滞状态相关的时滞和中立型方程是非常有用的． Hari P. Krishnan 用空间 $W^{1,\infty}$ 研究了时滞状态相关的时滞方程 (1.1) 的解的存在唯一性定理和原点存在解的不稳定流形．在此基础上本文也引进新的拟 Banach 空间 $V^{1,\infty}$ 来研究方程时滞状态相关的中立型方程 (1.3) 的解的存在唯一性定理.

收稿日期: 2004-06-07; **接受日期**: 2005-12-24
基金项目: 国家自然科学基金 (10471155), 高等学校博士点专项科研基金 (20020558092), 广东省自然科学基金 (031608).

定义 1.1[4] 设 E 是线性空间，具有范数 $\|\cdot\|$ 和 $N(\cdot)$; 进一步定义集合 $B_{R,N}=\{x\in E: N(x)\le R\}$, $R>0$ ($B_{R,N}$ 相对于范数 $N(\cdot)$ 是以原点为球心 R 为半径的球), 对于任意确定常数 R, $(B_{R,N},\|\cdot\|)$ 是一个完备的度量空间，那么称 E 是拟 Banach 空间.

令 $V^{1,\infty}[-r^*,0]=\{\varphi:\varphi\in C^{2-0}$, 即对任意 φ, 存在常数 K, 使得 $|\varphi'(t_1)-\varphi'(t_2)|\le K|t_1-t_2|$, 对任意的 $t_1,t_2\in[-r^*,0]$ 成立 $\}$.

由范数

$$N(\varphi)=\|\varphi\|^\infty=|\varphi(-r^*)|+\sup_{\theta\in[-r^*,0]}|\varphi'(\theta)|$$

和

$$|\varphi|=\|\varphi\|^1=|\varphi(-r^*)|+\int_{-r^*}^0|\varphi'(s)|\mathrm{d}s$$

定义的拟 Banach 空间，记为 $V^{1,\infty}$. 进一步定义

定义 1.2 $V^{1,\infty}_{\alpha,0}=\{\varphi\in V^{1,\infty}([-r^*,\alpha]):\ \varphi(s)=0\quad\forall s\in[-r^*,0]\}$, 其中 $V^{1,\infty}_{\alpha,0}$ 具有如下范数 $\|\varphi\|^1_\alpha=\int_0^\alpha|\varphi'(s)|\mathrm{d}s$ 和 $\|\varphi\|^\infty_\alpha=\sup_{s\in[0,\alpha]}|\varphi'(s)|$.

令

$$A(\alpha,\beta)=\{\varphi\in V^{1,\infty}_{\alpha,0}([-r^*,\alpha]):\|\varphi\|^\infty_\alpha\le\beta\},$$

$$B(\alpha,\beta)=\{\varphi\in V^{1,\infty}_{\alpha,0}([-r^*,\alpha]):\|\varphi\|^1_\alpha\le\beta\},$$

那么不难得出当 $\alpha<1$ 时，$A(\alpha,\beta)\subset B(\alpha,\beta)$, 因为对任意的 $\varphi\in A(\alpha,\beta)$, 有 $\sup_{s\in[0,\alpha]}|\varphi'(s)|<\beta$, 从而有 $\int_0^\alpha|\varphi'(s)|\mathrm{d}s\le\beta\int_0^\alpha\mathrm{d}s=\beta\alpha\le\beta$. 于是更一般的有 $A(\alpha,\beta)\subset B(\alpha,\alpha\beta)$. 下面来讨论初值问题

$$\begin{aligned}x'(t)&=f(x(t),x(t-r),x'(t-r)),\quad r=r(x(t))\\ x(\theta)&=\varphi(\theta),\theta\in[-r^*,0],\quad\varphi(\cdot)\in V^{1,\infty}.\end{aligned}\tag{1.4}$$

更进一步假定初值问题 (1.4) 满足下列条件 (A_1) 和 (A_2).

(A_1) $r:V^{1,\infty}([-r^*,0])\to R$ 是光滑的，且对于某个 $\alpha>0$, 满足 $\alpha\le\inf_{\varphi\in V^{1,\infty}}r(\varphi)\le r^*<+\infty$, 而 r 对 φ 的 Frechet 导数 $|D_\varphi|$ 满足 $|D_\varphi|\le g<+\infty$.

(A_2) $f:R\times R\times R\to R$, 是全局 Lipschitz 函数，特别地有

$$(\xi_1,\eta_1),(\xi_2,\eta_2),(\omega_1,\omega_2)\in R\times R,\ |\ f(\xi_1,\eta_1,\omega_1)-f(\xi_2,\eta_2,\omega_2)\ |\le M|\xi_1-\xi_2|+N|\eta_1-\eta_2|+L|\omega_1-\omega_2|,$$

这里的 M,N,L 称为 Lipschitz 常数.

下面用不动点方法来研究初值问题 (1.4) 解的存在性定理. 把初值问题 (1.4) 的解，转化为相应积分方程在空间 $V^{1,\infty}[-r^*,\alpha]$ 中的不动点.

令 $x(t)=\varphi_0(t)+z(t)$, 其中 $\varphi_0(t)=\varphi(t),t\in[-r^*,0]$, $\varphi_0(t)=\varphi(0),t\in[0,\alpha]$, 因此 $x(t)$ 为方程 (1.4) 的解当且仅当 $z(t)$ 满足

$$z(t)=\begin{cases}0, & t\in[-r^*,0],\\ \displaystyle\int_0^t f(\varphi(0)+z(s),\varphi(s-r(\varphi(0)+z(s)))+z(s-r(\varphi(0)+z(s))), & \\ \qquad\varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s)))+z'(s-r(\varphi(0)+z(s))))\mathrm{d}s, & t\in[0,\alpha],\end{cases}\tag{1.5}$$

而注意到 r 满足假设条件 A_1, 故 $\inf_\varphi r(\varphi) > \alpha$, $\varphi_0(s-r(x)) = \varphi(s-r(x))$, $x \in R$ 和 $z(s-r(\varphi(0)+z(s))) = 0$, 从而 $z'(s-r(\varphi(0)+z(s))) = 0$, 因此式 (1.5) 可以简化为下面的形式

$$z(t) = \begin{cases} 0, & t \in [-r^*, 0], \\ \displaystyle\int_0^t f(\varphi(0)+z(s), \varphi(s-r(\varphi(0)+z(s)), & \\ \qquad \varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s)))\mathrm{d}s, & t \in [0, \alpha]. \end{cases}$$

于是能定义算子： $P: A(\alpha,\beta) \times B_R \times S \to A(\alpha,\beta)$, 其中 $r \in S$, 如下

$$P(z,\varphi,r)(t) = \begin{cases} 0, & t \in [-r^*, 0], \\ \displaystyle\int_0^t f(\varphi(0)+z(s), \varphi(s-r(\varphi(0)+z(s)), & \\ \qquad \varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s)))\mathrm{d}s, & t \in [0, \alpha]. \end{cases} \tag{1.6}$$

因此我们不难发现： $z(t) = P(z,\varphi,r)(t)$, 从而只要证明 $z \in V_{\alpha,0}^{1,\infty}$ 是 $z(t) = P(z,\varphi,r)(t)$ 的唯一不动点，则 $x(t) = \varphi_0(t) + z(t)$, 也即： $x_t(\varphi,\cdot)$ 是初值问题 (1.4) 在区间 $[0.\alpha]$ 的解．下面我们用压缩不动点定理来证明.

2 主要定理

定理 如果初值问题 (1.4) 满足条件 (A_1), (A_2), 且 $\varphi(\cdot) \in B_R$, 其中 $R > 0$, 为固定常数, 那么存在一个与初值 φ 无关的实数 $\alpha = \alpha(R) > 0$, 使得初值问题 (1.4) 在区间 $[0 \cdot \alpha]$ 中存在唯一一个解 $x(t,\varphi)$.

为了证明定理，下面分以下几个引理来完成.

引理 2.1 如果初值问题 (1.4) 满足条件 (A_1),(A_2), 那么存在 $\alpha, \beta > 0$, 使得 $P: \overline{B}(\alpha,\alpha\beta) \times B_R \times S \to \overline{B}(\alpha,\alpha\beta)$ 和 $P: A(\alpha,\beta) \times B_R \times S \to A(\alpha,\beta)$ 成立，因此 P 是一个分别在集 $\overline{B}(\alpha,\alpha\beta)$ 和 $A(\alpha,\beta)$ 的自映射.

证明 证明是类同的，我们仅证明 $P: \overline{B}(\alpha,\alpha\beta) \times B_R \times S \to \overline{B}(\alpha,\alpha\beta)$, 由 A_2, 有:

$$\begin{aligned} \|P(z,\varphi,r)(t)\|_\alpha^1 = & \int_0^\alpha |f(\varphi(0)+z(s), \varphi(s-r(\varphi(0)+z(s)), \varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s)))|\mathrm{d}s \\ \leq & \alpha\{\sup_{s\in[0,\alpha]} M|\varphi(0)+z(s)| + \sup_{s\in[0,\alpha]} N|\varphi(s-r(z(s)+\varphi(0)))| + \\ & \sup_{S\in[0,\alpha]} L|\varphi'(s-r(z(s)+\varphi(0)))| + |f(0,0,0)|\} \\ \leq & \alpha\{M(R+\alpha\beta) + NR + LR + G\}, \end{aligned}$$

其中 $G = |f(0,0,0)|$, 因此只要 $\alpha \leq \frac{1}{\beta}$ 和 $\beta \geq R(M+N+L)+M+G$, 则 $\alpha\{M(R+\alpha\beta)+NR+LR+G\} \leq \alpha\beta$. □

引理 2.2 P 在集 $\overline{B}(\alpha,\alpha\beta)$ 上分别关于范数 $\|\cdot||_\alpha^1$ 和 $\|\cdot||_\alpha^\infty$ 是一致压缩的.

证明　设 $z, w \in \overline{B}(\alpha, \alpha\beta)$, 有

$$\begin{aligned}
&\|P(z,\varphi,r(z)) - P(\omega,\varphi,r(\omega))||_\alpha^1 \\
&\quad = \int_0^\alpha |f(\varphi(0)+z(s),\varphi(s-r(\varphi(0)+z(s)),\varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s)))- \\
&\quad\quad f(\varphi(0)+\omega(s),\varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s))),\varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s)))|\mathrm{d}s \\
&\quad \le \int_0^\alpha (M|z(s)-\omega(s)| + N|\varphi(s-r(\varphi(0)+z(s))) - \varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s)))|+ \\
&\quad\quad L|\varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s))) - \varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s)))|)\mathrm{d}s. \qquad (2.1)
\end{aligned}$$

而由条件 (A_1) 和 (A_2) 知

$$\begin{aligned}
&\int_0^\alpha |\varphi(s-r(\varphi(0)+z(s))) - \varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s)))|\mathrm{d}s \\
&\quad \le R\int_0^\alpha |r(\varphi(0)+z(s)-r(\varphi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s \\
&\quad \le Rg\int_0^\alpha |z(s)-\omega(s))|\mathrm{d}s \le Rg\alpha\int_0^\alpha |z'(s)-\omega'(s))|\mathrm{d}s. \qquad (2.2)
\end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned}
&\int_0^\alpha |\varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s))) - \varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s)))|\mathrm{d}s \\
&\quad \le K\int_0^\alpha |r(\varphi(0)+z(s)-r(\varphi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s \\
&\quad \le Kg\int_0^\alpha |z(s)-\omega(s))|\mathrm{d}s \le Kg\alpha\int_0^\alpha |z'(s)-\omega'(s))|\mathrm{d}s. \qquad (2.3)
\end{aligned}$$

由 (2.1), (2.2) 和 (2.3) 可知

$$\begin{aligned}
&\|P(z,\varphi,r(z)) - P(\omega,\varphi,r(\omega))||_\alpha^1 \le M\int_0^\alpha |z(s)-\omega(s)|\mathrm{d}s+ \\
&\quad NRg\alpha\int_0^\alpha |z'(s)-\omega'(s)|\mathrm{d}s + LKg\alpha\int_0^\alpha |z'(s)-\omega'(s))|\mathrm{d}s \\
&\le \alpha(M+NRg+LKg)\|z-\omega||_\alpha^1.
\end{aligned}$$

若 $\alpha < \frac{1}{M+NRg+LKg}$, 那么 P 在集 $\overline{B}(\alpha,\alpha\beta)$ 关于范数 $\|\cdot||_\alpha^1$ 是一致压缩映射．对于范数 $\|\cdot||_\alpha^\infty$ 证明类似，省略.

引理 2.3　$P: B(\alpha,\alpha\beta)\times B_R\times S \to B(\alpha,\alpha\beta)$ 当 $r\in S$ 固定时，那么 $P(r,z,\varphi)$ 是关于 z 和 φ 的 Lipschitz 连续函数.

证明　对于固定的 r, 考虑 $(z,\varphi),(\omega,\psi)\in B(\alpha,\alpha\beta)\times B_R$, 我们即需证明 $\|P(z,\varphi)-P(\omega,\psi)||_\alpha^1 \le m(\|z-\omega||_\alpha^1 + \|\varphi-\psi||^1)$ 对一些常数 $0\le m = m(\alpha) < \infty$．因此由三角不等式知：只需证，$\|P(z,\varphi)-P(\omega,\varphi)||_\alpha^1 + \|P(\omega,\varphi)-P(\omega,\psi)||_\alpha^1 \le m(\|z-\omega||_\alpha^1 + \|\varphi-\psi||^1)$．而由引理 2.2 已知，$\|P(z,\varphi)-P(\omega,\varphi)||_\alpha^1 \le m\|z-\omega||_\alpha^1$．于是只需证，$\|P(\omega,\varphi)-P(\omega,\psi)||_\alpha^1 \le m(\|\varphi-\psi||^1)$．对于

一些 $0 \le m < \infty$ 即可. 而

$$\begin{aligned}
\|P(\omega,\varphi)-P(\omega,\psi)||_\alpha^1 = &\int_0^\alpha |f(\varphi(0)+\omega(s),\varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s))),\\
&\varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s))))-f(\psi(0)+\omega(s),\psi(s-r(\psi(0)+\omega(s))),\psi'(s-r(\psi(0)+\omega(s))))|\mathrm{d}s\\
\le &M\int_0^\alpha|\varphi(0)-\psi(0)|\mathrm{d}s+N\int_0^\alpha|\varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s))-\psi(s-r(\psi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s+\\
&L\int_0^\alpha|\varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s)-\psi'(s-r(\psi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s,
\end{aligned}\tag{2.4}$$

而

$$\begin{aligned}
M\int_0^\alpha|\varphi(0)-\psi(0)| &= M\alpha|\varphi(0)-\psi(0)|\\
&= M\alpha|\varphi(-r^*)+\int_{-r^*}^0\varphi'(\theta)\mathrm{d}\theta-\psi(-r^*)-\int_{-r^*}^0\psi'(\theta)\mathrm{d}\theta|\\
&\le M\alpha\{|\varphi(-r^*)-\psi(-r^*)|+\int_{-r^*}^0|\varphi'(\theta)-\psi'(\theta)|\mathrm{d}\theta\}\le M\alpha\|\varphi-\psi||^1.
\end{aligned}\tag{2.5}$$

同时有

$$\begin{aligned}
&N\int_0^\alpha|\varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s))-\psi(s-r(\psi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s\\
&\le N\{\int_0^\alpha|\varphi(s-r(\varphi(0)+\omega(s))-\varphi(s-r(\psi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s+\\
&\quad\int_0^\alpha|\varphi(s-r(\psi(0)+\omega(s))-\psi(s-r(\psi(0)+\omega(s)))|\mathrm{d}s\}\\
&\le NR\alpha g|\varphi(0)-\psi(0)|+N\int_{-r^*}^0|\varphi(\theta)-\psi(\theta)|\mathrm{d}\theta\le N(R\alpha^2gM+r^*)\|\varphi-\psi||^1.
\end{aligned}\tag{2.6}$$

同样有

$$\begin{aligned}
&L\int_0^\alpha|\varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s)-\psi'(s-r(\psi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s\\
&\le L\{\int_0^\alpha|\varphi'(s-r(\varphi(0)+\omega(s))-\varphi'(s-r(\psi(0)+\omega(s))|\mathrm{d}s+\\
&\quad\int_0^\alpha|\varphi'(s-r(\psi(0)+\omega(s))-\psi'(s-r(\psi(0)+\omega(s)))|\mathrm{d}s\}\\
&\le L\{Kg\int_0^\alpha|\varphi(0)-\psi(0)|+\int_{-r^*}^0|\varphi'(\theta)-\psi'(\theta)|\}\\
&\le L\{Kg\alpha||\varphi-\psi||^1+(||\varphi(-r^*)-\psi(-r^*)||+\int_{-r^*}^0|\varphi'(\theta)-\psi'(\theta)|)\}\\
&\le L(Kg\alpha+1)||\varphi-\psi||^1.
\end{aligned}\tag{2.7}$$

由 (2.4),(2.5),(2.6) 和 (2.7) 证明证毕.

引理 2.4 $z(t)$ 是方程 $z(t)=P(z,\varphi,r)(t)$ (见式 (1.6)) 唯一不动点, 那么 $z(t)\in C^{2-0}$, 即存在常数 Q, 使得 $|z'(t_1)-z'(t_2)|\le Q|t_1-t_2|$, 对任意的 $t_1,t_2\in[-r^*,\alpha]$ 成立.

证明　$t_1,t_2\in[-r^*,0]$, 结论显然成立．只需证明 $t_1,t_2\in[0,\alpha]$ 结论成立即可．因此，当 $t_1,t_2\in[0,\alpha]$ 时，有

$$z(t)=\int_0^t f(\varphi(0)+z(s),\varphi(s-r(\varphi(0)+z(s)),\varphi'(s-r(\varphi(0)+z(s)))\mathrm{d}s,$$

于是

$$\begin{aligned}|z'(t_1)-z'(t_2)|=&|f(\varphi(0)+z(t_1),\varphi(t_1-r(\varphi(0)+z(t_1)),\varphi'(t_1-r(\varphi(0)+z(t_1)))-\\&f(\varphi(0)+z(t_2),\varphi(t_2-r(\varphi(0)+z(t_2)),\varphi'(t_2-r(\varphi(0)+z(t_2)))|\\\le&M|z(t_1)-z(t_2)|+NRg|z(t_1)-z(t_2)|+LKg|z(t_1)-z(t_2)|\\\le&(M+NRg+LKg)|z(t_1)-z(t_2)|,\end{aligned}$$

由 $z(t)$ 连续，在 $[0,\alpha]$ 有上界，　R_0 故

$$|z'(t_1)-z'(t_2)|\le(M+NRg+LKg)|z(t_1)-z(t_2)|\le(M+NRg+LKg)R_0|t_1-t_2|.$$

证毕.

由引理 2.1–2.4 和压缩不动点原理可知定理得证.

现在来讨论算子型时滞状态相关的中立型泛函微分方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}D(x(t),x(t-r))=f(x(t),x(t-r)),\quad r=r(x(t)).$$

由于时滞状态相关的中立型泛函微分方程不同于时滞状态独立的情形，具有复杂性．因为方程的原子性不能得到保证．于是先讨论恒有原子性的线性时滞方程

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x(t)+cx(t-r)=f(x(t),x(t-r)),\quad r=r(x(t))\\&x(\theta)=\varphi(\theta),\theta\in[-r^*,0],\quad \varphi(\cdot)\in C[-r^*,0].\end{aligned}\tag{2.8}$$

显然当 $\varphi(\cdot)\in C^{2-0}[-r^*,0]$ 时，即 $\varphi(\cdot)\in V^{1,\infty}[-r^*,0]$ (见本文的定义), 则边值问题 (2.8) 是边值问题 (1.4) 的特殊情形．即边值问题 (2.8) 当 f 满足条件 A_1 和 A_2 时，在 $[0,\alpha]$ 有唯一解.

$\varphi(\cdot)\in C[-r^*,0]$, 我们总找不到相应的状态空间将初值问题 (2.8) 转化成积分方程，将方程的解的存在性和唯一性转化为相应积分方程的不动点．因此不论怎样对 f 加以限制，方程 (2.8) 是否有解我们不能得知，因此在此提出一个公开性问题.

问题　初值问题 (2.8) 是否存在连续而不可导 (如连续的锯齿型) 的解.

参考文献:

[1] HARI P K. *Existence of unstable manifolds for a certain class of delay differential equations* [J]. Electron. J. Differential Equations, 2002, **32**: 1–13.

[2] TIBOR K. *A local unstable manifold for differential equations with state-dependent delay* [J]. Discrete Contin. Dyn. Syst., 2003, **9**(4): 993–1028.

[3] COOKE K L, HUANG Wen-zhang. *On the problem of linearization for state-dependent delay differential equations* [J]. Proc. Amer. Math. Soc., 1996, **124**(5): 1417–1426.

[4] HALE J K, LADEIRA L A C. *Differentiability with respect to delays* [J]. J. Differential Equations, 1991, **92**(1): 14–26.
[5] MALLET-PARET J, NUSSBAUM R D. *Boundary layer phenomena for differential-delay equations with state-dependent time lags* [J]. I. Arch. Rational Mech. Anal., 1992, **120**(2): 99–146.

Existence of Solutions for a Class of State-dependent Neutral Differential Equations

SHU Xiao-bao[1], *XU Yuan-tong*[2]
(1. Department of Mathematics, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. Department of Mathematics, SUN Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: By using fixed point method, we study the existence and uniqueness of solutions for state-dependent neutral differential systems

$$x'(t) = f(x(t), x(t-r), x'(t-r)), \quad r = r(x(t))$$

on quasi-Banach space.

Key words: quasi-Banach space; state-dependent neutral differential equations; existence; uniqueness.