

组合数学与《组合学导引》

林化夷

(华中工学院)

组合数学 (Combinatorial Mathematics) 又称组合分析 (Combinatorial Analysis)、组合学 (Combinatorics) 或组合论 (Combinatorial Theory), 由于它的内容和其它学科的交叉很广, 所以很难给出一个精确的定义. 粗略地说来, 它是一门研究离散性事物按照一定规则 (或条件) 的配置 (或安排) 方法的数学. 如果规则较简单, 则主要问题就是要计算一切可能的配置方法数, 这属于组合数学中的计数问题. 又如果指定规则较复杂, 或者要求条件较严厉, 则配置的存在性问题, 便成为讨论的主要问题. 计数问题与存在性问题是古典组合数学经常讨论的主题. 本世纪50年代以来, 由于计算数学与离散数学的不断发展, 已经促使组合数学改变了旧有的面貌, 形成一个富有生命力的新兴的数学分支. 当符合指定条件的安排存在时, 如何构造出这种安排? 这属于组合数学中的构造问题 (或算法问题); 当符合指定条件的安排存在时, 并给出了最优化标准, 怎样求出最优的安排? 这是属于组合数学中的最优化问题. 近二十年来, 由于实际和理论的需要, 这两个问题的研究十分活跃.

组合数学是一门既古老又很新颖的数学. 在人类文化的萌芽时期, 人们就已接触到一些数字和图形的安排方式问题, 而且自然喜爱那些配置方式上呈现出某种精巧、美妙的组态与设计. 例如, 公元前2200年, 我国发现的“九宫”, 即纵横图 (又称幻方), 就是组合学的一例. “九宫”是用1至9的九个数字排列成的如下图形:

这个图形中各行各列的数字相加之和都等于15, 而且两条对角线上的数字之和也都等于15. 可见, 这是一个极巧妙的数字配置方法, 显然它应归入组合数学的范畴. 上述纵横图是一个3阶纵横图, 可以证明: 用 $1, 2, 3, 4, \dots, n^2$ 诸数能作出 n

8	1	6
3	5	7
4	9	2

阶纵横图. 对此, 近代已有不少研究. 纵横图绝不只是数学游戏, 它在近代的博弈论 (对策论)、正交设计、工艺美术等方面都有应用.

17世纪以后, 组合数学主要用于解概率论中的一些问题. 这段时期主要表现在对一些零星的研究和提出一些问题——数学游戏 (如幻方、Euler 36军官问题、Kirkman 女学生问题、Gauss 八皇后问题, ……等等). 这些问题后来表现在理论上或应用上都有重要的意义. 最初, 组合数学只是作为代数或数论的一个部分. 随后, 这些问题的深化与解决, 积

累了丰富的材料,内容也深化与扩大了。到本世纪初,组合数学才形成为数学的一个独立分支。下列几部著作是这个数学分支的主要标志:

1. P. A. MacMahon: *Combinatory Analysis* (1915), (1960 重版);
2. E. Netto: *Lehrbuch der Combinatorik* (1901), (1927 第二版);
3. W. A. Whitworth: *Choice and Chance* (1901).

现代组合数学,它已经发展成为现代离散数学的一个重要有机部分。由于这门数学主要是研究、分析离散性对象及系统的关系结构问题,它所讨论的对象性质显然具有很大普遍性,所以它能对于现代各门科学具有广泛的应用价值,也就无需惊奇了。正如大家所知,组合数学现今在计算机科学、空间技术、通讯网络、人工智能、物理、化学、生物学、遗传学、物质结构、概率统计、实验设计、信息编码、运筹学、电气、土木工程、建筑学、心理学、社会学、经济学、人类学、语言学及工艺美术等方面,都有一系列具体应用。

R. A. Brualdi 著的《组合学导引》(*Introductory Combinatorics*)是学习组合数学的一本良好的入门教材。最近几年来,这本书在威斯康星大学每年讲授一次,在我国的一些大学里也相继地开设了组合学这门课程。它对于培养学生的组合思想与方法,给予了正规的数学训练。这本书,文字流畅、内容丰富、叙述详尽、论证严谨,适合初学组合数学的读者阅读。该书作者认为:“本课程需要两个学期的微积分作为预备知识,尽管使用到微积分不多。具备这些预备知识就使得学生具有必要的数学论证的能力;而不要求多于两个学期的原因乃是我希望吸引一些学习其他学科的学生,在这些学科中组合学的思想和方法日益变得有用。因此,我在讲授这门课程时,有诸如学习语言学、生物学和电子工程学的学生来听课,许多学生在中等教育阶段就是对数学有兴趣的。在我看来,组合学这样一门课程,对于未来的高中数学教师是十分需要的,因为在人们的早期数学训练中,许多组合观念是可以接受的。”

《组合学导引》全书共分十二章,内容包括鸽笼原理,排列与组合,二项式系数,容斥原理,递归关系,母函数,相异代表系,组合设计,图论入门,色数以及最优化等问题。该书的另一重要组成部分是 500 道练习题,其中许多练习是例行的练习,不少练习是比较难的,但也不是深不可测的。

组合理论方面的专著,据不完全统计,已有二百余部(见顾同新、景吉光编《组合理论文献索引》第一卷 1982)。而目前我国较为流行者,有如:

- 1) R. A. Brualdi: *Introductory Combinatorics* (1977);
- 2) H. J. Ryser: *Combinatorial Mathematics* (1963);
- 3) M. Hall: *Combinatorial Theory* (1967);
- 4) J. Riordan: *An Introduction to Combinatorial Analysis* (1958);
- 5) C. L. Liu: *Introduction to Combinatorial Mathematics* (1968);
- 6) C. L. Liu: *Topics in Combinatorial Mathematics* (1972);
- 7) 柯召、魏万迪: *组合论* (1981).

目前看来,中文版的组合数学书籍还很少。为了满足广大读者需要,大连工学院的李盘林与王天明同志,已将 R. A. Brualdi 著的《组合学导引》(*Introductory Combinatorics*)一书译成中文,将于今年第四季度由华中工学院出版社出版,新华书店发行。无疑地,这本书的中文译本,将对组合数学的初学者,带来方便与收益。