# 评"量子黑洞的内部时空及其同胚映射" *

栾 德 怀

(北京工业大学应用物理系)

《中国科学》1986年第7期A辑上，发表了朱世昌先生的一篇题为"量子黑洞的内部时空及其同胚映射"的文章．朱先生在摘要中谈到"…。并引入了相应的同胚映射，并获得了无奇性的Penrose 图."从论文的标题和摘要中可见，有关同胚映射的问题是该文的重要组成部分.

作者是在研究量子黑洞的非内禀奇点的消除而引入所谓同胚映射的.

遗憾的是，作者对这个问题并没有给出正确的处理，相反，文章反映了作者对拓朴、微分几何等方面一些概念和计算的理解是相当混乱的.

众所周知，在广义相对论中，关于黑洞（无论是经典或量子的）的非内禀奇点的消除的方法是标准的.

有两个等价的方法：

一、对于时空流形（Lorentz 流形）M，其度规张量为 $g$，若在某一坐标系 $\psi$ 中出现奇点，如果存在另一奇点自由的坐标系 $\psi'$，并有

$$\psi' \cdot \psi^{-1}: \psi(\mathrm{M}) \subset \mathbf{R}^4 \longrightarrow \psi'(\mathrm{M}) \subset \mathbf{R}^4$$

$$\psi \cdot \psi'^{-1}: \psi'(\mathrm{M}) \subset \mathbf{R}^4 \longrightarrow \psi(\mathrm{M}) \subset \mathbf{R}^4$$

为 $C^\infty$ 的，则称奇点可消除的，其奇点称为非内禀的.

二、定义一新的时空K，设其度规张量为 $g'$， 其坐标系 $\psi'$ 为奇点自由的，如果存在一等度映射 $F$：

$$F: \mathrm{M} \to \mathrm{K}$$

$$F^*(g') = g$$

则称M中的奇点可消除的.

例如Kruskal 对Schwar child 时空的讨论.

从文章的内容来看，（34）式实际上是给出时空流形的两个坐标系 $\psi = (t, r, \theta, \varphi)$，$\psi' = (u, v, \theta, \varphi)$，（35）式是度规张量 $g$ 在坐标系 $\psi'$ 中的分量表达式．因此，为了证明奇点可消除的，应证明这两个坐标系是互为 $C^\infty$ 的．作者没有这样做，却把它称作什么"拓扑映射"，还要从拓扑学的角度证明它是连续的．且不论在时空流形M（它是具有微分结构和度规张量的拓扑空间）中讨论映射的连续性有什么意义，坐标变换实际上是M的恒等映射在二个坐标系中的表示，对于拓扑空间来说，恒等映射本身是连续的，何必还要证明.

再看作者是如何去证明它所提出的拓扑映射的连续性.

一、作者不是要证明"拓扑映射"的连续性吗？文章是对 $f(r)$ 来讨论的．但 $f(r)$ 是什么呢？文章中没有明确交待，却要读者去猜．也许是（34）式中的第一式．如果是这样，那 $f(r)$ 只是一个实函数，而且是一个初等函数，作者却要证明它是连续这样一个简单的数学分析题目．另外，且不说度规拓扑等价有什么意义（文章没有进一步讨论），怎么能由一个实



© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

函数的连续性就可以得到度规（30）和（35）式拓扑等价呢？

二、也许作者不是把$f(r)$作为实函数的，因为在文章中$r \in$ R（四维Riemam流形），是流形中的一个点，那$f$应是流形之间的一个映射，

$$f: \mathrm{R} \longrightarrow ??$$

作为流形之间的映射$f$，$f(r)=$？文章中没有交待，也就无法知道??是什么流形了，那该如何进一步讨论$f$的性质呢？

三、可是作者能够讨论下去，且不说时空流形是否可以定义距离，对于$r, r_0 \in$ R，作者定义了$d(r, r_0)=|r-r_0|$，流形中的二点怎么可以相减再取绝对值呢？在（36）式中$r$，怎么还可以与数$(32\pi\beta)^{1/2}$相加再平方呢？$f(r)=$？都没交待，作者却证明了$d(f(r_0), f(r)) < \varepsilon$。

四、就在这样一些似是而非的讨论中，作者最后终于证明了"……上述映射是连续的，即是同胚映射"这个结论（原文如此）。连续怎么就是同胚呢？作者连拓扑学中的有关映射的连续性和同胚这样一些基本概念都没有搞清楚，那么在时空流形中谈论同胚映射（而不是等度映射）并把它作为题目，而且作者在文章中证明了存在这样一个同胚映射，也就不奇怪了。



© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.