

中介逻辑命题演算系统的语言表达能力—— 完全性与闵氏距离不增性*

肖 奚 安 朱 梧 楹
(空军气象学院) (南京大学)

中介逻辑演算ML^{[1]-[6]}是为建立中介公理集合论MS^[7]而构造的逻辑体系。ML的命题演算和谓词演算均被划分为自身及其扩张。但ML & MS中有些定理和公理却又把命题与谓词限制在MP及MF的范围中，目的在于保证系统的相容性。现对MP与MP*的命题联结词作了有关的研究。

定理1 中介逻辑命题演算的扩张系统MP*的命题联结词 \neg 、 \rightarrow 、 \sim 、具有语言表达力的完全性，即任一 n 元映射 $F: \{0, \frac{1}{2}, 1\}^n \rightarrow \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ 均可用上述命题联结词表达出来。

定义 设 $p = (p_1, \dots, p_n)$ 与 $q = (q_1, \dots, q_n)$ 都是 $\{0, \frac{1}{2}, 1\}^n$ 中的点，它们之间的闵氏(Minkovski)距离定义为

$$d_{\infty}(p, q) = \max(|p_1 - q_1|, \dots, |p_n - q_n|).$$

设 $F: \{0, \frac{1}{2}, 1\}^n \rightarrow \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ 是 n 元映射，若对任何 $p, q \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}^n$ ，有 $d_{\infty}(F(p), F(q)) \leq d_{\infty}(p, q)$ ，则称 F 具有闵氏距离不增性。

定理2 n 元映射 $F: \{0, \frac{1}{2}, 1\}^n \rightarrow \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ 可用中介逻辑命题演算系统MP的命题联结词 \neg 、 \sim 、 \rightarrow 表达的充要条件是 F 具有闵氏距离不增性。

推论 MP*的命题联结词 \neg 不能用MP的命题联结词定义之。故MP到MP*的扩张是实质性的。

如所知，在MM(ML & MS)中，ML是工具，MS是目的。本文结果乃是初达目的后，进一步反思工具之其它深刻性能时的产物。但这些结果竟表明MP和MP*都是一种别具一格的三值体系。因而〔8〕中那种单凭直觉而断言整个ML有别于多值体系的认识，不仅根据不足，同时也是不必要的。

不论ML能或不能被视为一种三值体系，都无碍于MS的建立和发展。

参 考 文 献

- 〔1〕,〔3〕,〔5〕 朱梧楹,肖奚安,自然杂志,7(1984),10; 8(1985),7; 8(1985),11.
〔2〕,〔4〕,〔6〕 肖奚安,朱梧楹,自然杂志,8(1985),4; 8(1985),9; 8(1985),12.
〔7〕 朱梧楹,肖奚安,中国科学(A辑),1988,2: 113-123.
〔8〕 Zhu Wujia, Xiao Xi'an, J.M.R.E., 8(1988),1: 139-151.

*1988年7月15日收到。