对《关于Sz′asz的一个问题》的意见

刘 强 中

（临沧教育学院，云南）

《数学研究与评论》1988年第二期刊载的《关于Sz′asz的一个问题》一文中，定理一、定理三都不成立，下面例1、例2表明定理一的条件不是必要的；例3表明该条件也不充分；例4表明定理三的条件不必要．通过这些例子不难发现上述定理的证明中的疏漏．

例1 令R为整数加群．在其中定义乘法为$\forall x, y\in R$ $xy=0$，显然R的任意真子环同构，因而为内同构环，但R有无穷多元，元数不是p^2．

例2 取元数为5的域P，在其上添加3次代数元a(例如a为多项式x^3+x+1的根）构成一个元数为5^3的环R，R只有唯一真子环P，故为内同构环，但其元数不是p^2．

证明 R的任意元可唯一地表为$x+ya+za^2(x, y, z\in P)$的形式，故含有5^3个元．

设R_0为R的任一非0子环，其元数为5^a（$1\leqslant a\leqslant 3$），因R不仅是环而且是域，故R_0是无零因子的有限环，$R_0/\{0\}$对乘法封闭且元素有限，故构成$R/\{0\}$的乘法子群．因此$(5^a-1)|(5^3-1)$，a只能取值1或3，当$a=3$时$R_0=R$；当$a=1$时，R_0有5个元，$R_0/\{0\}$既是乘法群，必含单位元1，因之R_0包含P的全部元，而P已有5个元，故$R_0=P$，可见P为R的唯一真子环．

例3 取两个p阶循环加群A，B，（p为素数），其生成元分别为a，b，定义乘法$a^2=a$，$ab=ba=b^2=0$．则$R=A\oplus B$有p^2个元，但其子环A，B不同构，故R不是内同构环．

例4 整数环Z的任何相异子环不同构，故为内异环，但它不能表为有限环的直和．

* 1988年5月收到．