

中介数学没有包括经典数学*

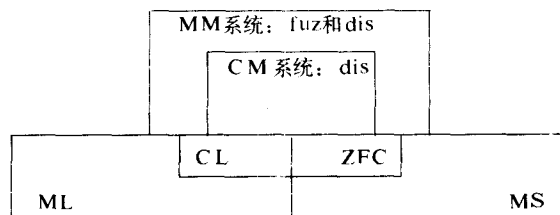
朱水林

(上海社会科学院哲学所)

一九八八年四月,我被邀请参加了在曲阜举行的《全国数学方法论学术讲演会》,会上听取了中介数学创建者之一朱梧楨副教授.关于《中介逻辑和中介集合论》的报告.梧楨同志独特的思想和准确的表达,给我留下了深刻的印象。

在交流讨论时,笔者曾对中介数学能包括经典数学这个论点表示疑义,在口头上提出过自己的不同意见.回沪后,查阅了发表在《数学研究与评论》、《自然杂志》、《中国科学》上的有关文章,确认了自己的想法,现将它整理成文,提供贵刊发表.以期通过讨论,获得对问题的一致看法。

梧楨和奚安同志在《自然杂志》上,自8卷4期起,连续发表了中介逻辑演算ML和中介公理集合论MS的一系列研究通信,形式地证明了300余条定理,其中包括104条逻辑定理,102条集合论引理,101条集合论定理.初步完成了中介逻辑演算系统和中介集合论系统的构造.在评价中介数学MM和经典数学的关系时,作了以下断言:“ML & MS 拓宽了精确性经典数学的逻辑基础和集合论基础,并在更高的形式下包括了整个精确性经典数学及其理论基础.其结构和框架可图示如下:



图中CL和CM分别是经典的二值逻辑和精确性经典数学的简记, dis和fuz分别表示清晰现象和模糊现象”(参见朱梧楨, 肖奚安, 自然杂志, 10(1987), 1)。

在《中国科学》上发表的《中介集合论系统》(1988. 2)文章中,重申了以上看法:“当我们无需处理模糊现象时,即可对ML & MS使用清晰化算符去作清晰化处理,以使任一被清晰化了的 Wff 非真即假.从而ML被约化为CL, MS被约化为ZFC.再加上本节所获结果,即ZFC中用以推出整个精确性经典数学的上述九条公理,均已成为MS中对谓词与个体在某种约束条件下的九条定理.我们即可看出, ML & MS确已拓宽了精确性经典数学的逻辑基础和集合论基础,并在更高的形式下包括了整个精确性经典数学及其理论基础,其结构框架

* 1988年5月20日收到。

指合成公式

见图”

我们可以把上面关于中介数学和经典数学关系的引文简括成一个结论和两点论据：

一个结论：中介数学在更高形式下包括了整个精确性经典数学及其理论基础。或者说中介数学是经典数学的扩大。

第一个论据：由于在中介集合论中证明了定理13： MP^* ：(1) $\sim \sup A \rightarrow B$, (2) $\sim \sim A \rightarrow B$, (3) $\sim \neg A \rightarrow B$ 。该定理表明：任何合式公式A，一经清晰化算符作用，就能排除中介，退化为二值的清晰的合式公式。

第二个论据：在中介集合论中，证明了ZFC中赖以构造精确性经典数学的九条公理为定理。

笔者认为：仅凭这两个论据是不能确立上述结论的。

我们知道，通常大家都认为，逻辑演算和公理集合论都是形式系统。所谓形式系统是指实现了完全形式化的公理系统。形式系统的构成要素有四点：初始符号，形成规则，初始公式（公理），变形规则。前面两点是作为表达工具的形式语言的构成要素。至此我们就可以区分两种不同意义的扩大。一种是语言的扩大，另一种是形式系统的扩大。当增添一些新的初始符号时，无疑会导致在原来的语言中引进新的合式公式，使语言得到扩大。而系统的扩大，则要求通过修改和扩大公理组或推理规则组，使得新系统要保持原来系统的所有定理，当然也可以引进新的定理。“中介数学是经典数学的扩大”这种说法中的扩大，通观作者的意向，应该说是指的系统的扩大。既然是系统的扩大，就必须验证主要标志：原来系统定理在新系统中是否全被保留下来了。在这里，就是要去验证：中介逻辑是否保持了经典逻辑的所有定理；中介集合论是否保持了经典集合论的所有定理；中介数学是否保持了经典数学的定理。当然其中验证中介逻辑是否保经典逻辑的所有定理最为基本。因为如果中介逻辑不能保持经典逻辑的所有定理的话，中介集合论就不可能保持经典集合论的所有定理，从而中介数学也不可能保持经典数学的所有定理。换言之，如果中介逻辑系统不是经典逻辑系统的扩大的话，中介数学就不可能是经典数学的扩大。“ML & MS确已拓宽了精确性经典数学的逻辑基础和集合论基础，并在更高的形式下包括了整个精确性经典数学及其理论基础”的论断也就不能成立。可见问题的关键是考察中介逻辑和经典逻辑的关系。

在构造中介逻辑时，文章的作者采用的是自然推理系统。故在具体考察中介逻辑和经典逻辑的关系时，无需考察公理，只需考察推理规则的改变即可。我们现在问：据中介逻辑的推演规则能否推演出经典逻辑的所有推演规则呢？遍查论文中的定理，并没有完成这方面的论证。故我们可以断言：说“中介逻辑是经典逻辑的扩大”还为时过早。

尽管在中介集合论中，作为定理推出了ZFC系统的九条公理。但是，考虑到它所采用的是中介逻辑中的推演规则。为此即使它能建立起一个数学系统，也不能说就是经典的数学系统。要断言中介数学是经典数学的扩大，必须首先证明经典逻辑的推演规则是中介逻辑的导出规则，而这一点，恰恰是文章的作者未曾做到的。进一步思考使我们想到：中介逻辑之所以成为中介逻辑，其主要根据是有一套本质上异于经典逻辑的推演规则，如果能从它推出经典逻辑的所有推演规则，就可能消除两者之间的差异。凭笔者直感：要想在中介逻辑中作为定理推演出经典逻辑的所有推演规则，想必是极其困难的。