

## 关于《 $M_1$ -空间的和定理》一文的注记\*

林 寿

(宁德师范专科学校, 福建)

《数学研究与评论》1988年第一期研究通讯栏目上刊登了论文《 $M_1$ -空间的和定理》[1]. 我们这篇简短的注记在于说明:

(1) 上述论文所引进的“强遗传闭包保持集族”的概念等价于“遗传闭包保持集族”的概念.

(2) 上述论文中的定理3的结论是不正确的.

关于(1)若正则拓扑空间 $X$ 的子集族 $\mathcal{B}$ 是 $X$ 的遗传闭包保持集族,那么由 $\mathcal{B}$ 的元的闭包所组成的集族亦是 $X$ 的遗传闭包保持集族.

证明 设 $\mathcal{B} = \{B_a : a \in \Gamma\}$ . 如果 $\mathcal{B}^- = \{\overline{B_a} : a \in \Gamma\}$ 不是 $X$ 的遗传闭包保持集族,那么对于每一 $a \in \Gamma$ 可选取子集 $H_a \subset \overline{B_a}$ 使集族 $\{H_a : a \in \Gamma\}$ 不是 $X$ 的闭包保持集族,于是 $\overline{U\{H_a : a \in \Gamma\}} \setminus U\{\overline{H_a} : a \in \Gamma\} \neq \emptyset$ . 取定 $x \in \overline{U\{H_a : a \in \Gamma\}} \setminus U\{\overline{H_a} : a \in \Gamma\}$ . 对于每一 $a \in \Gamma$ , 因为 $x \notin \overline{H_a}$ , 由 $X$ 的正则性存在 $X$ 的开子集 $V_a$ 和 $U_a$ 使

$$x \in V_a, \overline{H_a} \subset U_a \text{ 且 } V_a \cap U_a = \emptyset.$$

这时 $H_a \subset U_a \cap \overline{B_a} \subset \overline{U_a \cap B_a}$ . 于是从 $\{B_a \cap U_a : a \in \Gamma\}$ 是 $X$ 的闭包保持集族知

$$x \in \overline{U\{H_a : a \in \Gamma\}} \subset \overline{U\{\overline{B_a \cap U_a} : a \in \Gamma\}} = U\{\overline{B_a \cap U_a} : a \in \Gamma\}.$$

因而存在 $a \in \Gamma$ 使 $x \in \overline{B_a \cap U_a}$ . 又因为 $x \in V_a$ , 所以 $(B_a \cap U_a) \cap V_a \neq \emptyset$ , 这与 $U_a \cap V_a = \emptyset$ 相矛盾. 证毕.

从上述命题知文[1](文[1]中所论空间均是正则 $T_1$ 的拓扑空间)引进的“强遗传闭包保持集族”的概念等价于“遗传闭包保持集族”的概念,并且断言“遗传闭包保持集族 $\neq$ 强遗传闭包保持集族”是不正确的.

关于(2)存在非正规的正则 $T_1$ 空间 $X$ 使 $X$ 可表为两个开度量量子空间的并.

文[2]例2.5所描述的空间 $X$ 满足上述要求. 这个例子说明了文[1]定理3的结论是不正确的,并且文[3]定理3中关于正规性的假设是必要的.

\* 1988年4月23日收到. 福建省教委科学基金资助课题.

## 参 考 文 献

- [1] 杨乐成,  $M_1$ -空间的和定理, 数学研究与评论, 8(1988), No.1, 22.
- [2] Fleissner, W. and Reed, G., Paralindelöf spaces and spaces with a  $\sigma$ -locally countable base, Top. Proc., 2(1977), 89—110.
- [3] Kao, Kuo-shih, A note on  $M_1$ -spaces, Pacific J. Math., 108(1983), 121—128.

## A Note on Paper “On Sum Theorems for $M_1$ -Spaces”

*Lin Shou*

(Ningde Teacher's College, Fujian)

### Abstract

In the paper “On sum theorems for  $M_1$ -spaces” [1, J. Math. Res. Exposition, 8(1988), no.1, 22], the author introduced the concept of strongly hereditarily closure-preserving family [1, Definition 1], and proved that “ $M_1$ -spaces satisfy the  $\sigma$ -hereditarily closure-preserving open sum theorem” [1, Theorem 3], so, normality of Theorem 3 in [3, Pacific J. Math., 108(1983), 121—128] was not essential. In this note we show that “strongly hereditarily closure-preserving family” is equivalent to “hereditarily closure-preserving family”, and that conclusion of Theorem 3 in [1] is incorrect and normality of Theorem 3 in [3] is essential.