球上加权 Bergman 空间上的 Schatten 类 Hankel 算子*

吕师进　　徐宪民
(浙江师范大学数学系，金华 321004)

摘　要　本文给出了超球上加权 Bergman 空间上 Hankel 算子属于 Schatten p-类($2\leq p<+\infty$)的一个充要条件，推广了文[10]中的主要结果.

关键词　Hankel 算子，Bergman 空间，Schatten p-类.
分类号　AMS(1991) 41A35/CCL O174.41

§1　引　论

设 $dv(z)$ 为 C^n 中单位球 B_n 上规范化的体积测度，令 $dv_\alpha(z)=\lambda_\alpha(1-|z|^2)^\alpha dv(z)\ (\alpha>-1)$，其中 $\lambda_\alpha=1/\int_{B_n}(1-|z|^2)^\alpha dv(z)$. 设 $L_\alpha^2=L^2(B_n,dv_\alpha)$，$A_\alpha^2$ 表示 L_α^2 中解析函数组成的加权 Bergman 子空间. 以 P_α 表示从 L_α^2 到 A_α^2 上的 Bergman 投影. 对 $f\in L_\alpha^2$，定义 A_α^2 上的 Hankel 算子 H_f^α 为：$H_f^\alpha g=(I-P_\alpha)(fg)$，$g\in A_\alpha^2$.
A_α^2 上的 Toeplitz 算子定义为：

$$T_f^\alpha g=P_\alpha(fg),\quad g\in A_\alpha^2.$$

已知 P_α 是积分算子，$K_\alpha(z,w)=\frac{1}{1-\langle z,w\rangle^{n+1+\alpha}}$为其再生核. 即

$$P_\alpha f(z)=\langle f(\cdot),K_\alpha(\cdot,z)\rangle_{L_\alpha^2}=\int_{B_n}f(w)\frac{1}{1-\langle z,w\rangle^{n+1+\alpha}}dv_\alpha(w).$$

因此，P_α 可延拓到 $L^1(B_n,dv_\alpha)$ 上.

令 $k_a^\alpha(z)=K_\alpha(z,a)[K_\alpha(a,a)]^{-\frac{1}{2}}$，定义 $f\in L^1(B_n,dv_\alpha)$的 Berezin 变换如下：

$$\tilde{f}^\alpha(a)=\langle fk_a^\alpha,k_a^\alpha\rangle_{L_\alpha^2}.$$

易见在下面意义下，Berezin 变换是 Möbius 不变的，

$$\widetilde{f\circ\varphi}^\alpha(z)=\tilde{f}^\alpha(\varphi(z)),\quad z\in B_n,\varphi\in\mathrm{Aut}(B_n).$$

其中 $\mathrm{Aut}(B_n)$是 B_n 上解析自同构群.

对 $f\in L_\alpha^2$，定义 $MO^\alpha(f)(z)$如下 $MO^\alpha(f)(z)=[\widetilde{|f|^2}^\alpha(z)-|\tilde{f}^\alpha(z)|^2]^{\frac{1}{2}},\quad z\in B_n$.

文[6]中给出了如下结果：

* 1992年2月7日收到. 94年6月20日收到修改稿.

(i) H_f^α 和 $H_{\bar f}^\alpha$ 为有界算子的充要条件是 $MO^\alpha(f)(z)$ 在 B_n 上有界；

(ii) H_f^α 和 $H_{\bar f}^\alpha$ 是紧算子的充要条件是 $MO^\alpha(f)(z)\to O(|z|\to 1^-)$.

令 $S_p=\{A:(A^*A)^{\frac{p}{2}}$ 为 A_α^2 上迹类算子$\}$. S_p 通常称为 Schatten p-类.

[1]中的主要结果如下：

(iii) 如果 $1<p<+\infty$，f 在单位圆盘 D 上解析，则 $H_{\bar f}^\alpha\in S_p$ 当且仅当

$$\int_D (1-|z|^2)^p|f'(z)|^p\frac{dv(z)}{(1-|z|^2)^2}<+\infty.$$

当 $\alpha=0$ 时，记 $H_f=H_f^\alpha, H_{\bar f}=H_{\bar f}^\alpha, MO(f)(z)=MO^\alpha(f)(z)$.

文[11]推广(iii)如下：

(iv) 设 $2\leqslant p<+\infty$，$f\in L^2(B,dv)$，则 H_f 和 $H_{\bar f}$ 属于 S_p 当且仅当 $MO(f)(z)\in L^p(B,d\lambda)$，其中 $d\lambda(z)=\dfrac{dv(z)}{(1-|z|^2)^{n+1}}$是 B_n 上 Möbius 不变测度.

对于 Schatten p-类算子，本文得到与(i)和(ii)相伴的结果. 并推广(iv)到加权的情况，具体定理表述如下：

定理 A 设 $2\leqslant p<+\infty$，$f\in L_\alpha^2$，则 H_f^α 和 $H_{\bar f}^\alpha$ 属于 S_p 当且仅当 $MO^\alpha(f)(z)\in L^p(B_n,d\lambda)$.

关于 f 是解析的情况，[8]中已给出了详尽的讨论.

§2 预备结果

下面的主要定理的证明中，要用到如下引理.

引理 1[9] 设 A 是 A_α^2 上正算子或迹类算子，则

$$\mathrm{tr}(A)=\int_B\langle AK_\alpha(\cdot,z),K_\alpha(\cdot,z)\rangle_{L_\alpha^2}dv_\alpha(z)=\int_B\langle Ak_z^\alpha(\cdot),k_z^\alpha(\cdot)\rangle_{L_\alpha^2}d\lambda(z).$$

引理 2[9] 设 $f\geqslant 0$，$1\leqslant p<+\infty$，$f\in L_\alpha^1$，则 $\tilde f^\alpha(z)\in L^p(B,d\lambda)$ 当且仅当 $T_f^\alpha\in S_p$.

引理 3[1] 设 A 为 A_α^2 上的正算子，f 是 A_α^2 上的单位向量，则

$$\langle A^pf,f\rangle_{L_\alpha^2}\geqslant\langle Af,f\rangle_{L_\alpha^2}^p,\quad(p\geqslant 1).$$

引理 4 设 $f\in L_\alpha^2$，$z\in B_n$，则 $MO^\alpha(f)(z)\leqslant\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}+\|H_{\bar f}^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}\leqslant 2MO^\alpha(f)(z)$.

证明 不等式 $MO^\alpha(f)(z)\leqslant\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}+\|H_{\bar f}^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}$在[10]中已经给出证明.

下面证明另一个不等式.

$$\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}^2=\|(I-P_\alpha)(fk_z^\alpha)\|_{L_\alpha^2}^2=\|fk_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}^2-\|P_\alpha(fk_z^\alpha)\|_{L_\alpha^2}^2$$
$$=\widetilde{|f|^2}^\alpha(z)-\|P_\alpha(fk_z^\alpha)\|_{L_\alpha^2}^2.$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式得 $|\tilde f^\alpha(z)|\leqslant\|P_\alpha(fk_z^\alpha)\|_{L_\alpha^2}$. 因此，

$$\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}\leqslant(\widetilde{|f|^2}^\alpha(z)-|\tilde f^\alpha(z)|^2)^{\frac12}=MO^\alpha(f)(z).$$

以 $\bar f$ 代替上式中的 f 即得 $\|H_{\bar f}^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}\leqslant MO^\alpha(f)(z)$. 所以 $\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}+\|H_{\bar f}^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}\leqslant 2MO^\alpha(f)(z)$.

引理 5 设 $\alpha(t)$ $(0\leqslant t\leqslant 1)$是 B_n 中光滑曲线，令 $s(t)=\beta(0,\alpha(t))$，其中 β 是 B_n 上的

Bergman 距离，则

$$\left|\frac{d}{dt}\tilde{f}^{\alpha}(a(t))\right| \leqslant 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{n+1+\alpha}{n+1}}MO^{\alpha}(f)(a(t))\frac{ds}{dt}.$$

由[3]中定理 F 的证明方法类似地可得此引理.

§3　定理 A 的证明

下面分几步证明定理 A:

引理 6　设 $2\leqslant p\leqslant+\infty$，$A_G$ 是 L_α^2 上的积分算子，定义为

$$A_G f(z)=\int_{B_n}G(z,w)K_\alpha(z,w)f(w)dv_\alpha(w).$$

如果 $\int_{B_n}\int_{B_n}|G(z,w)|^p|K_\alpha(z,w)|^2dv_\alpha(z)dv_\alpha(w)<+\infty$. 则 A_G 是 L_α^2 上的 Schatten p-类算子.

证明　$P=2$ 时，显然成立. 如果 $G(z,w)$ 在 $B_n\times B_n$ 上有界，我们有

$$|A_G f(z)|\leqslant\|G\|_\infty\int_{B_n}|K_\alpha(z,w)||f(w)|dv_\alpha(w).$$

由[5]中命题 6，A_G 是 L_α^2 上的有界线性算子.

令 $\Omega=B_n\times B_n$，$d\mu_\alpha(z,w)=|K_\alpha(z,w)|^2dv_\alpha(z)dv_\alpha(w)$，命 $F:L^2(\Omega,d\mu_\alpha)+L^\infty(\Omega,d\mu_\alpha)\to B(L_\alpha^2)$ 是线性映射，定义为 $F(G)=A_G$，其中 $B(L_\alpha^2)=S_\infty(L_A^2)$ 表示 L_α^2 上有界线性算子全体，则 $F:L^2(\Omega,d\mu_\alpha)\to S_2$；$F:L^\infty(\Omega,d\mu_\alpha)\to S_\infty$ 都是有界线性算子.

特别，如果 $G\in Lp(\Omega,d\mu_\alpha)$，即

$$\int_{B_n}\int_{B_n}|G(z,w)|^p|K_\alpha(z,w)|^2dv_\alpha(z)dv_\alpha(w)<+\infty,$$

则 $A_G=F(G)\in S_p$. 引理证毕.

定理 7　对 $1\leqslant p\leqslant+\infty$，存在一个常数 $C_p>0$（与 f 无关）满足

$$\int_{B_n}|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|^p dv_\alpha(z)\leqslant C_p\int_{B_n}MO^{\alpha}(f)(z)^p\frac{dv_\alpha(z)}{|z|^{2n-1}}.$$

证明　对 $z\in B_n$，令 $a(t)=tz=(tz_1,\cdots,tz_n)$，$0\leqslant t\leqslant1$，其中 $a(t)$ 是 0 到 z 的测地线（按 Bergman 距离）. 熟知

$$S(t)=\beta(a(0),a(t))=\left(\frac{n+1}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\log\frac{1+t|z|}{1-t|z|},\quad 0\leqslant t\leqslant1,$$

从而 $\frac{ds}{dt}=\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{|z|}{1-t^2|z|^2}$. 由引理 5 得

$$\left|\frac{d}{dt}\tilde{f}^{\alpha}(tz)\right|\leqslant2\sqrt{2}\sqrt{\frac{n+1+\alpha}{n+1}}MO^{\alpha}(f)(tz)\frac{ds}{dt}=2\sqrt{n+1+\alpha}MO^{\alpha}(f)(tz)\frac{|z|}{1-t^2|z|^2}.$$

因此 $|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|=\left|\int_0^1\frac{d\tilde{f}(tz)}{dt}dt\right|\leqslant2\sqrt{n+1+\alpha}\int_0^1\frac{|z|MO^{\alpha}(f)(tz)}{1-t^2|z|^2}dt.$

当 $p=1$ 时，可得

$$\int_{B_n}|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|dv_\alpha(z)\leqslant2\sqrt{n+1+\alpha}\int_{B_n}|z|MO^{\alpha}(f)(z)dv_\alpha(z)\int_{|z|}^1\frac{\left(1-\left(\frac{|z|}{t}\right)^2\right)^{\alpha}}{(1-|z|^2)^{\alpha+1}t^{2n+1}}dt.$$

通过变量替换 $S=\frac{|z|}{t}$ 得

$$\int_{|z|}^{1}\frac{(1-(\frac{|z|}{t})^2)^{\alpha}}{(1-|z|^2)^{\alpha+1}t^{2n+1}}dt=\int_{|z|}^{1}\frac{(1-s^2)^{\alpha}s^{2n-1}}{(1-|z|^2)^{\alpha+1}|z|^{2n}}ds.$$

不难找到 $D_1>0$，使满足

$$\int_{|z|}^{1}\frac{(1-s^2)^{\alpha}s^{2n-1}}{(1-|z|^2)^{\alpha+1}|z|^{2n}}ds\leqslant D_1\int_{|z|}^{1}\frac{(1-s)^{\alpha}}{(|z|^{2n}(1-|z|)^{\alpha+1}}ds=\frac{D_1}{(\alpha+1)|z|^{2n}},$$

所以有 $\int_{B_n}|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|dv_{\alpha}(z)\leqslant 2D_1\sqrt{n+1+\alpha}/(\alpha+1)\int_{B_n}MO^{\alpha}(f)(z)\frac{dv_{\alpha}(z)}{|z|^{2n-1}}.$

当 $1<p<+\infty$ 时，取 $q>1,r_1>0,r_2>0$，满足 $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1,r_1+r_2=1,\alpha-r_2>-1$. 应用 Hölder 不等式可得

$$\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|\leqslant 2\sqrt{n+1+\alpha}|z|(\int_0^1\frac{MO^{\alpha}(f)(tz)^p}{(1-t|z|)^{r_1}}dt)^{\frac{1}{p}}(\int_0^1\frac{dt}{(1-t|z|)^{q(1-\frac{r_1}{p})}})^{\frac{1}{q}}.$$

不能找到 $D_2>0$(与 f,z 无关)使满足

$$\int_0^1\frac{dt}{(1-t|z|)^{q(1-\frac{r_1}{p})}}\leqslant\frac{D_2}{|z|(1-|z|)^{q(1-\frac{r_1}{p})-1}},\ z\in B_n.$$

从而 $|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|^p\leqslant D_3|z|(\frac{1}{1-|z|})^{(q(1-\frac{r_1}{p})-1)\frac{p}{q}}\int_0^1\frac{MO^{\alpha}(t)(tz)^p}{(1-t|z|)^{r_1}}dt,\ z\in B_n$. 其中 D_3 是与 f,z 无关的常数. 由于 $(q(1-\frac{r_1}{p})-1)\frac{p}{q}=(\frac{q}{p}-\frac{q}{p}r_1)\frac{p}{q}=r_2,\ |z|\leqslant 1$，得

$$|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|^p\leqslant\frac{D_3}{(1-|z|)^{r_2}}\int_0^1\frac{MO^{\alpha}(f)(tz)^p}{(1-t|z|)^{r_1}}dt.$$

从而可得

$$\int_{B_n}|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|^p dv_{\alpha}(z)\leqslant D_3\int_{B_n}MO^{\alpha}(f)(z)^p dv_{\alpha}(z)\int_{|z|}^{1}\frac{(1-(\frac{|z|}{t})^2)^{\alpha}dt}{t^{2n}(1-\frac{|z|}{t})^{r_2}(1-|z|^2)^{\alpha}(1-|z|)^{r_1}}.$$

作变量替换 $t=\frac{|z|}{s}$，注意到 $\alpha-r_2+1>0$，则有常数 $D_4>0$(与 z 无关)使得

$$\int_{B_n}|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(0)|^p dv_{\alpha}(z)\leqslant D_3D_4/(\alpha-r_2+1)\int_{B_n}MO^{\alpha}(f)(z)^p\frac{dv_{\alpha}(z)}{|z|^{2n-1}}.$$

定理 7 证毕.

定理 8 如果 $2\leqslant p<+\infty$，$MO^{\alpha}(f)(z)\in L^p(B,d\lambda)$，则 H_f^{α} 和 $H_{\bar{f}}^{\alpha}$ 都属于 S_p.

证明 H_f^{α} 可表示为如下积分算子

$$H_f^{\alpha}g(z)=\int_{B_n}(\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(w))K_{\alpha}(z,w)g(w)dv_{\alpha}(w).$$

由引理 6，如果我们能证明

$$M=\int_{B_n}\int_{B_n}|\tilde{f}^{\alpha}(z)-\tilde{f}^{\alpha}(w)|^p|K_{\alpha}(z,w)|^2dv_{\alpha}(z)dv_{\alpha}(w)<+\infty.$$

那么就有 $H_f^{\alpha}\in S_p$.

由 Fubini 定理和变量替换可得

$$M=\int_{B_n}d\lambda(z)\int_{B_n}|\tilde{f}^{a}(z)-\tilde{f}^{a}(\varphi_z(w))|^{p}dv_{a}(w).$$

由于 Berezin 变换是 Möbius 不变的，故有

$$M=\int_{B_n}d\lambda(z)\int_{B_n}|\widetilde{f\circ\varphi_z}^{a}(w)-\widetilde{f\circ\varphi_z}^{a}(0)|^{p}dv_{a}(w).$$

由定理 7 得 $M\leqslant C_p\int_{B_n}d\lambda(z)\int_{B_n}MO^{a}(f\circ\varphi_z)(w)^{p}\frac{dv_a(w)}{|w|^{2n-1}}$，由于 $MO^{a}(f)$ 也是 Möbius 不变的，从而

$$M\leqslant C_p\int_{B_n}d\lambda(z)\int_{B_n}MO^{a}(f)(\varphi_z(w))^{p}\frac{dv_a(z)}{|w|^{2n-1}}.$$

通过积分变量变换和应用 Fubini 定理，得

$$M\leqslant C_p\int_{B_n}d\lambda(z)\int_{B_n}MO^{a}(f)(w)^{p}|k_z^{a}(w)|^{2}\frac{dv_a(w)}{|\varphi_z(w)|^{2n-1}}=M_1C_p\int_{B_n}MO^{a}(f)(w)^{p}d\lambda(w)<+\infty,$$

其中 $M_1=\int_{B_n}\frac{dv_a(z)}{|z|^{2n-1}}$，由引理 6，$H_{\bar f}^{a}\in S_p$. 同理可证 $H_{\bar f}^{a}\in S_p$. 证毕.

定理 9　如果 $2\leqslant p<+\infty$，$MO^{a}(f)(z)\in L^{p}(B_n,d\lambda)$，则 $H_{f-\tilde f}^{a}$ 和 $H_{\bar f-\tilde{\bar f}}^{a}$ 都属于 S_p.

证明　易知对 $g\in L_a^2$，在 A_a^2 上有 $(H_g^a)^*H_g^a=T_{|g|^2}^a-T_{\bar g}^aT_g^a\in T_{|g|^2}^a$. 令 $g=f-\tilde f^{a}$，则

$$\widetilde{|g|^{2}}^{a}(z)=\int_{B_n}|f(w)-\tilde f^{a}(w)|^{2}|k_z^{a}(w)|^{2}dv_a(w).$$

从而

$$(\widetilde{|g|^{2}}^{a}(z))^{\frac12}\leqslant\Big[\int_{B_n}|f(w)-\tilde f^{a}(z)|^{2}|k_z(w)|^{2}dv_a(w)\Big]^{\frac12}+\Big[\int_{B_n}|\tilde f^{a}(w)-\tilde f^{a}(z)|^{2}|k_z(w)|^{2}dv_a(w)\Big]^{\frac12}$$

$$=MO^{a}(f)(z)+\Big[\int_{B_n}|\widetilde{f\circ\varphi_z}^{a}(w)-\widetilde{f\circ\varphi_z}^{a}(0)|^{2}dv_a(w)\Big]^{\frac12}.$$

由假设 $MO^{a}(f)(z)\in L^{p}(B_n,d\lambda)$，对上式第二项，由 $\frac{p}{2}\geqslant 1$ 和定理 8 的证明得：

$$\int_{B_n}\Big[\int_{B_n}|\widetilde{f\circ\varphi_z}^{a}(w)-\widetilde{f\circ\varphi_z}^{a}(0)|^{2}dv_a(w)\Big]^{\frac p2}d\lambda(z)\leqslant M_1C_p\int_{B_n}MO^{a}(f)(w)^{p}d\lambda(w)<+\infty.$$

从而 $\widetilde{|g|^{2}}^{a}(z)\in L^{\frac p2}(B_n,d\lambda)$，由引理 2，$T_{|g|^2}^{a}\in S_{\frac p2}$. 由 $(H_g^a)^*H_g^a\leqslant T_{|g|^2}^a$，所以 $(H_g^a)^*H_g^a\in S_{\frac p2}$，从而 $H_g^a=H_{f-\tilde f^{a}}^{a}\in S_p$，同理可证 $H_{\bar f}^{a}-H_{\bar f}^{a}\in S_p$. 证毕.

推论　如果 $2\leqslant p<+\infty$，$MO^{a}(f)(z)\in L^{p}(B_n,d\lambda)$ 则 H_f^a 和 $H_{\bar f}^a$ 都属于 S_p.

证明　由定理 8 和 9，显然成立.

定理 10　如果 $2\leqslant p<+\infty$，H_f^a 和 $H_{\bar f}^a$ 都属于 S_p，则 $MO^{a}(f)(z)\in L^{p}(B_n,d\lambda)$.

证明　由于 $H_f^a\in S_p$，所以 $[(H_f^a)^*H_f^a]^{\frac p2}\in S_1$，由引理 1

$$\int_{B_n}\langle[(H_f^a)^*H_f^a]^{\frac p2}k_z^a,k_z^a\rangle_{L_a^2}d\lambda(z)<+\infty$$

又因 $\frac{p}{2}\geqslant 1$，k_z^a 是单位向量，由引理 3 得

$$\int_{B_n}\langle(H_f^a)^*H_f^ak_z^a,k_z^a\rangle^{\frac p2}d\lambda(z)<+\infty$$

从而$\int_{B_n}\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}^p d\lambda(z)<+\infty$.同理可证$\int_{B_n}\|H_{\bar f}^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}^p d\lambda(z)<+\infty$. 由引理 4,定理显然成立.

这样就完成了定理 A 的证明.

推论 如果 $2\leqslant p<+\infty$,H_f^A 和 $H_{\bar f}^\alpha$ 都属于 S_p,当且仅当 $\|H_f^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}$和 $\|H_{\bar f}^\alpha k_z^\alpha\|_{L_\alpha^2}$都属于 $L^p(B_n,d\lambda)$.

参 考 文 献

[1] J. Arazy, S. Fisher and J. Peetre, *Hankel operators on weighted Bergman spaces*, Amer. J. Math., 110(1988), 989—1054.

[2] S. Axler, *The Bergman space, the Bloch space and commutators of multiplication operators*, Duke Math. J., 53 (1988), 315—332.

[3] D. Békollé, C. A. Berger, L. A. Coburn and K. H. Zhu, *BMO in the Bergman metric on bounded symmetric domains*, J. Func. Anal., 93(1990), 310—350.

[4] C. A. Berger, L. A. Coburn and K. H. Zhu, *Function Theory on Cartan domains and the Berezin-Toeplitz symbol calculus*, 110(1988), 921—953.

[5] Boo Rim Choe, *Projections, the weighed Bergman spaces and the block space*, Proc. Amer. Math. Soc., 108 (1990), 127—136.

[6] Lu Shijin, *BMO, VMO and Hankel operators on the weighted Bergman spaces of the unit ball in C^n*, to appear.

[7] W. Rudin, *Function theory in the unit ball of C^n*, Springer, 1980.

[8] K. H. Zhu, *Positive Toeplitz operators on weighted Bergman spaces of bounded symmetric domains*, J. Operator theory 20(1988), 329—357.

[9] K. H. Zhu, *Hilbert-Schmidt Hankel operators on the Bergman spaces*, Proc. Amer. Math. Soc., 109(1990), 721—730.

[10] K. H. Zhu, *Schatten class Hankel operators on the Bergman space of the unit ball*, Amer. J. Math., 113(1991), 147—167.

Schatten Class Hankel Operators on the Weighted Bergman Space of the Unit Ball

Lu Shijin Xu Xianmin

(Dept. of Math., Zhejiang Normal University, Jinhua 321004)

Abstract

In this paper, Schatten p-class Hankel operators on the weighted Bergman space of the unit ball are investigated. The sufficient and necessary condition for a Hankel operator on the weighted bergman space of the unit ball to be in Schatten p-class is obtained. Our results generalize that of Kehe Zhu's [10].

Keywords Hankel operator, Bergman space, Schatten p-class.