第16卷第3期　　　数学研究与评论　　　Vol. 16 No. 3
1996年8月　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　Aug. 1996

# 剩余交和一般剩余交的几个性质*

王　文　举
(大连理工大学数学科学研究所, 大连116024)

**摘　要**　本文给出了剩余交和一般剩余交的几个性质, 主要讨论了剩余交的 GCM 性和在形变下的变化情况, 并讨论了一般剩余交的 GCM 性, CM 性和可光滑性等.

**关键词**　剩余交, 一般剩余交, CM 性, GCM 性, 可光滑性

**分类号**　AMS(1991) 13H10, 14M05/CCL O153.3

## 引　言

1972年M. Artin 和M. Nagata[1]最早引入了剩余交的概念, 但他们没有精确地给出定义, 只是粗略地说: 若$X$ 是一个代数簇, $Y$ 是$X$ 中的一个闭子概型且包含在另一个闭子概型$Z$ 中, 则$Y$ 在$Z$ 中的剩余交是一个闭子概型$W$, 使得$W\cup Y=Z$. 即是说: 设$W$ 和$Y$ 是Noether 概型$Z$ 的两个不可约的闭子概型, 且$\mathrm{Codim}_Z(Y)\le\mathrm{Codim}_Z(W)=s, W\not\subset Y$, 如果定义$W\cup Y$ 作为$Z$ 的子概型所需要的方程的个数是最小的可能, 即为$s$, 则称$W$ 为$Y$ 的剩余交. 然而为了包含有$W$ 和$Y$ 是可约的, 且$Y$ 可能含有$W$ 的某个分支的情况, 1988年, Huneke 和Ulrich[5]给出了下面的更一般的精确定义.

**定义**　设$I$ 是Noether 环$R$ 的理想, $s\ge ht(I)$, $A=(a_1,\cdots,a_s)\subset I$, 但$A\ne I$, 设$J=A:I$, 若$ht(J)\ge s$, 则称$J$ 是$I$ 的一个(对于$A$ 的)$s$-剩余交, 如果还有对每个$p\in V(I)=\{p\in\mathrm{Spec}(R): I\subseteq p\}$ 且$ht(p)\le s$, 有$I_p=A_p$, 则称$J$ 是$I$ 的一个几何$s$-剩余交.

Artin 和Nagata[1], Huneke 和Ulrich[5],[7], Herzog, Vasconcelos 和Villarreal[3]等研究了剩余交, 特别是研究了剩余交的CM 性. 郭元春和田青春[2]研究了几何$ht(I)$-剩余交的GCM 性质. 本文的第一节将推广[2]的结果, 给出一个任意几何$s$-剩余交是GCM 的判别准则, 并利用该准则, 讨论Blowing-up 环的GCM 性.

1988年和1990年, Huneke 和Ulrich[5],[7]为了解决具体问题, 建立了一般剩余交理论, 并研究了它们的性质; 应用一般剩余交, 也得到了一些优美的结果. 本文第二节, 给出了剩余交及一般剩余交的几个性质. 主要讨论了剩余交在形变下的变化情况, 讨论了一般剩余交的可光滑性, CM 性, GCM 性等一些性质.

## §1　SGCM 概型与剩余交

*　1994年10月20日收到. 辽宁省博士起动基金资助项目.

本文研究 Noether CM 概型 $X$ 中闭子概型的 SGCM 性 这是一个局部性质, 对局部环描述 设 $X = \mathrm{Spec}(R)$, 其中 $R$ 是 CM 局部环, 并设 $Y = V(I)$ $(I = I(Y))$, 称 $Y$ 在 $X$ 中是 SGCM 的, 如果 $I = I(Y)$ 是 $R$ 的 SGCM 理想 (SGCM 的定义参见[2]或[12]).

若 $X$ 是一 Noether CM 概型, $Y$ 是任一闭子概型, 称 $Y$ 在 $X$ 中是 SGCM 的, 是指上述事实对每个 $y \in Y$ 是局部的

"$Y$ 在 $X$ 中的 SGCM 性"有几个很好的几何性质: 首先此性质不依赖于 $Q_{Y,y}$ 在 $Q_{X,y}$ 中定义理想的生成元的选择; 其次, 郭元春和田青春[2]证明了: 若 $X = \mathrm{Spec}(k[X_1, \cdots, X_n])$, $X' \cong \mathrm{Spec}(k[Y_1, \cdots, Y_m])$, 其中 $k$ 是域, $Y$ 既嵌入于 $X$, 又嵌入于 $X'$, 则 $Y$ 在 $X$ 中是 SGCM 的当且仅当 $Y$ 在 $X'$ 中是 SGCM 的, 并且 SGCM 概型有很强的剩余交性质

例如 SCM 概型都是 SGCM 的, 因此 SGCM 概型的类是很大的 又如在[12]中, 证明了: 在 CM 局部环中, 几乎完全交的 GCM 理想是 SGCM 的

本节讨论的主要问题是: $I$ 应具有什么样的条件, 才能保证 $s$-剩余交 $J = A : I$ 是 GCM 的? 为此, 郭元春和田青春[2]对于几何 $ht(I)$-剩余交这种特殊情况, 得到了如下结果

命题1 设 $X = \mathrm{Spec}(R)$, 其中 $R$ 是 CM 局部环, $Y = V(I)$ 是 $X$ 的 SGCM 闭子概型, 且满足 $G_s$ 条件, 设 $a_1, \cdots, a_g$ 是 $I$ 中的极大正则列, 使得 $(a_1, \cdots, a_g)_p = I_p$ 对所有满足 $ht(p) \leq s$ 的 $p \in Y$ 成立 令 $Z = V(J)$, 其中 $J = (a_1, \cdots, a_g) : I$, 并设 $\mathrm{Codim}(Z) \geq s$, $W = V((a_1, \cdots, a_g))$, 则有:

(1) $Z$ 是 GCM 的, 且 $\mathrm{Codim}(Z) = g$;

(2) $W = Z \cup Y$;

(3) $Z \cap Y$ 是 SGCM 的;

(4) $\mathrm{depth}(R/(a_1, \cdots, a_g)) \geq \dim(R) - g$.

命题2 设 $R$ 是 CM 局部环, $I$ 是 $R$ 的 SGCM 理想, 假设 $a_1, \cdots, a_g$ 是 $I$ 中的极大正则列, 并设 $J = (a_1, \cdots, a_g) : I$, 若

(1) $I \cap J = (a_1, \cdots, a_g)$;

(2) $ht(I + J) \geq g + 1$,

则 $\bar{I}$ 是 $\bar{R}$ 的 SGCM 理想, 其中"—"表示 $R$ 到 $\bar{R} = R/J$ 的自然同态

本节主要是推广上述结果, 给出任意几何 $s$-剩余交是 GCM 的准则(其中 $s \geq ht(I)$ 是任意的).

定理1.1 设 $Y = V(I)$ 是 CM 局部概型 $X = \mathrm{Spec}(R)$ 的一个 SGCM 闭子概型, $g = \mathrm{Codim}_X(Y)$. 假设 $Y$ 满足 $G_s$ 条件 $(s \geq g)$, 设 $J$ 是 $I$ 对于 $A = (a_1, \cdots, a_s)$ 的几何 $s$-剩余交, $Z = V(J)$, $W = V(A)$, 则有

(1) $Z$ 是 GCM 的, 且 $\mathrm{Codim}_X(Z) = s$;

(2) $Z \cup Y = W$;

(3) $Z \cap Y$ 在 $Z$ 中是 SGCM 的;

(4) $\mathrm{depth}(R/A) \geq \dim(R) - s$.

证明 对 $s$ 用归纳法

当 $s = g$ 时, 即为命题1.

设 $s > g$, 并假设此定理对小于 $s$ 的值是成立的 下面证明定理对 $s$ 时是成立的

由[1]中引理2.3可知, 当 $s>g$ 时, $A$ 的生成元 $a_1, \cdots, a_s$ 可如此选取, 使得对于每个满足条件 $ht(p)\le s-1$ 的 $p\in V(I)$, 有

$$(a_1, \cdots, a_{s-1})_p = I_p,$$

进而 $ht((a_1, \cdots, a_{s-1}):I)\ge s-1$.

设 $J_1=(a_1, \cdots, a_{s-1}):I$. 由归纳假设有:

(1) $R/J_1$ 是 GCM 的, $ht(J_1)=s-1$;

(2) $J_1\cap I=(a_1, \cdots, a_{s-1})$;

(3) $(I+J_1)/J_1$ 是 SGCM 的;

(4) $\operatorname{depth}(R/(a_1, \cdots, a_{s-1}))\ge \dim(R)-s+1$.

以"—"表示 $R$ 到 $\overline{R}=R/J_1$ 的自然同态, 设 $J^*=(J_1, a_s):I$. 首先证明: $J^*=J=(A:I)$, 其中 $A=(a_1, \cdots, a_s)$.

由于 $JI\subseteq(a_1, \cdots, a_s)\subseteq(J_1, a_s)$, 从而有 $J\subseteq J^*$. 欲证 $J^*\subseteq J$, 只须证明 $J^*I\subseteq A$.

由定义 $J^*I\subseteq(J_1, a_s)$, 且 $J^*I\subseteq(J_1, a_s)\cap I$, 又因为 $(J_1, a_s)\cap I=A$, 因此 $J^*I\subseteq A$. 故有

$$J^*=J.$$

下面证明 $ht(J_1, a_s)=s$

若不然, 由于 $ht(J_1, a_s)=\min\{ht(\theta):\theta\in V((J_1, a_s))\}$, 则存在 $\theta\in V((J_1, a_s))$, 使得

$$ht(\theta)=s-1.$$

由 $IJ\subseteq A\subseteq(J_1, a_s)\subseteq\theta$, 可知或有 $I\subseteq\theta$, 或有 $J\subseteq\theta$. 由于对每个满足条件 $ht(p)\le s-1$ 的 $p\in V(I)$, 有 $(a_1, \cdots, a_{s-1})_p=I_p$, 则 $I\not\subseteq\theta$, 从而 $J\subseteq\theta$. 由于 $ht(J)\ge s$, 这样 $ht(J_1, a_s)=s$.

由于 $ht(J_1)=s-1$, $R$ 是 CM 局部环, 因而 $\overline{a_s}$ 是 $\overline{R}=R/J_1$ 的一个非零因子.

由归纳假设 $\overline{I}=(I+J_1)/J_1$ 是 SGCM 的, 再由命题1中(1)可知 $\overline{J^*}=(\overline{a_s}:\overline{I})$ 是 GCM 的. 由于 $\overline{R}/\overline{J^*}\cong R/J^*=R/J$, 因而 $J$ 是 GCM 的. 这样就证明了(1).

下面证明(2). 首先证明 $ht(I+J)\ge s+1$.

由假设对所有满足 $ht(p)\le s$ 的 $p\in V(I)$, $A_p=I_p$, 可知这是显然的.

由于 $(J_1, a_s)\cap I=A$, 因而证明 $I\cap J=A$, 只须证明 $I\cap J\subseteq(J_1, a_s)$.

由 $ht(I+J)\ge s+1$, $ht(J_1, a_s)=s$, 便知 $I+J\not\subseteq(J_1, a_s)$. 由于 $J=J^*=(J_1, a_s):I$, 有 $IJ\subset(J_1, a_s)$, 因而 $I\cap J\subseteq(J_1, a_s)$. 故 $I\cap J=A$.

(3) 对理想 $\overline{I}$ 和 $\overline{J^*}=\overline{J}=(\overline{a_s}:\overline{I})$ 利用命题2, 需要证明

(a) $\overline{I}\cap\overline{J}=(\overline{a_s})$, (b) $ht(\overline{I}+\overline{J})\ge 2$.

在前面的证明中, 已证明了这两个条件是成立的, 因此 $(\overline{I}+\overline{J})/\overline{J}$ 是 SGCM 的, 由 $J_1\subset J$, 故 $(I+J)/J$ 是 $R/J$ 的 SGCM 理想.

(4) 的证明同[4]定理3.14的证明, 略去. □

注 概型 $Z$ 叫做 $W$ 在 $Y$ 中的 $s$-剩余交. 当 $W$ 在 $Y$ 中是完全交的闭子概型, 此定理即是郭、田证明的前命题1, 因此定理1.1可以看成是郭、田结果的推广.

实际上, 讨论 $ht(I)$-剩余交的 GCM 性, 无须命题1中那么强的条件, 我们在[12]中证明了下面的结果.

定理1.2 设 $R$ 是 CM 局部环, $I$ 是 $R$ 的 GCM 理想, 则 $I$ 的 $ht(I)$-剩余交是 GCM 的.

作为定理1.1的应用，可以证明 SGCM 子概型 $Y$ 的剩余交概型与 $Y$ 的 Blowing-up（在适当的条件下）是同构的．为此先给出一些事实和背景．

考虑的 Blowing-up 环是指理想的 Rees 代数和对称代数，以及它们的纤维．

设 $R$ 是可换的 Noether 环，$I$ 是 $R$ 的理想，$I$ 的 Rees 代数为 $R(I)=\bigoplus_{n\geq 0} I^n$，其背景是：$\mathrm{Spec}(R(I))$ 是簇 $\mathrm{Spec}(R)$ 沿子簇 $V(I)$ 的 Blowing-up.

$I$ 的对称代数 $\mathrm{Sym}(I)$ 也表示一种 Blowing-up，但结构比较松散．

存在典型满射 $\alpha$：$\mathrm{Sym}(I)\to R(I)$，由此可得到 $\mathrm{Sym}(I)$ 的纤维 $\mathrm{Sym}(I/I^2)$ 到 $R(I)$ 的纤维 $\mathrm{Gr}_I(R)=\bigoplus_{n\geq 0} I^n/I^{n+1}$ 的满射

$$\alpha^*: \mathrm{Sym}(I/I^2)=\mathrm{Sym}(I)\otimes R/I\to \mathrm{Gr}_I(R)=R(I)\otimes R/I.$$

G. Valla[11]证明了：$\alpha^*$ 是同构当且仅当 $\alpha$ 是同构．N. V. Trung[10]得到：当 $I$ 是 Noether 局部环 $R$ 的理想时，$R$ 和 $R(I)$ 是 GCM 的当且仅当 $\mathrm{Gr}_I(R)$ 是 GCM 的．

利用定理1.1，并把 $I$ 的 Rees 代数看做 $I$ 的剩余交，来讨论 Blowing-up 环的 GCM 性．

**定理1.3** 设 $I$ 是 CM 局部环 $R$ 的理想，使得 $Y=V(I)$ 是 $X=\mathrm{Spec}(R)$ 中的 SGCM 闭子概型且满足 $G_\infty$ 条件，则：

(1) $\mathrm{Sym}(I)\cong R(I)$；

(2) $R(I)$ 是 GCM 的；

(3) $\mathrm{Sym}(I/I^2)\cong \mathrm{Gr}_I(R)$；

(4) $\mathrm{Gr}_I(R)$ 是 $GCM$ 的．

**证明** 设 $T=\mathrm{Spec}(R[It,t^{-1}])$，$G=\mathrm{Spec}(\mathrm{Gr}_I(R))$，则 $G=V(t^{-1})\subseteq T$．设 $S=\mathrm{Spec}(\mathrm{Sym}(I))$，$W=\mathrm{Spec}(R[T_1,\cdots,T_n,V])$，其中 $n=\mu(I)$，则 $S$ 是由方程 $V$，$\sum_{i=1}^n b_iT_i$（其中 $b_i$ 满足 $\sum_{i=1}^n b_ia_i=0$，$I=(a_1,\cdots,a_n)$ 是 $I$ 的极小生成集）的零点生成的 $W$ 的一个闭子概型．

设 $T'=\mathrm{Spec}(R[T_1,\cdots,T_n,V]/J)$，其中 $J$ 是由方程 $\sum_{i=1}^n b_iT_i$（$\sum_{i=1}^n b_ia_i=0$）和方程 $VT_i-a_i$ 生成的理想．

满射：$R[T_1,\cdots,T_n,V]/J\to R[It,t^{-1}]\to 0$.

$$\overline{T_i}\mapsto a_it,\qquad \overline{V}\mapsto t^{-1},$$

给出 $T$ 到 $T'$ 的一个闭浸入．

设 $Y'=\mathrm{Spec}(R[T_1,\cdots,T_n,V]/(I,V))=V((I,V))$，因为 $Y$ 在 $X$ 中是 SGCM 的，且满足 $G_\infty$，易知 $Y'$ 在 $W$ 中也是 SGCM 的，且满足 $G_\infty$.

由于 $Y'$ 满足 $G_\infty$ 且 $\mathrm{Codim}(Y')\geq 1$，根据[4]中命题4.3可知，$T$ 是 $Y'$ 的剩余交．由定理1.1，则 $T$ 是 GCM 的．进而 $(I,V)=I(Y')$ 不包含在 $I(T')=J$ 的零因子中，因而 $J:(I,V)=J$.

设 $A=I(T)$，$A\subseteq R[T_1,\cdots,T_n,V]$，易知 $A$ 是由方程 $VT_i-a_i$ 和系数在 $R$ 中的使得 $F(a_1,\cdots,a_n)=0$ 的所有齐次多项式 $F(T_1,\cdots,T_n)$ 生成的．特别地，若 $\deg F=d$，则

$$(I,V)^dF(T_1,\cdots,T_n)\subseteq(VT_i-a_i),$$

从而存在一个整数 $m>0$，使得

$$A = ((VT_i - a_i) : (I,V)^m).$$

此时有$A = (J:(I,V)^{m-1}) = J$, 从而$T = T$ 是 GCM 的

由于在$T$ 中有$\mathrm{Spec}(\mathrm{Sym}(I/I^2)) = V(V)$, 在$T$ 中有$\mathrm{Spec}(\mathrm{Gr}_I(R)) = V(V)$, 故(3)、(4)成立

由前述事实, 便知(1)、(2)成立 证毕

## §2 一般剩余交的几个性质

本节给出一般剩余交的几个性质, 这些结果证明比较简单, 但结论是很有意义的 为此, 先给出一般剩余交的定义

**定义** 设$R$ 是Noether 环, $I = R$ 时, $s \geq 1$, 或$I \neq 0$是$R$ 的理想, 满足$G_{s+1}$条件, 其中$s \geq \max\{1, ht(I)\}$, 设$\underline{f} = f_1, \cdots, f_n$ 是$I$ 的一组生成元, $X$ 是一个一般$s \times n$ 矩阵(generic matrix), 令$(\underline{a})^t = X(\underline{f})^t$, 其中"$t$"表示转置, 则称$RI(s; \underline{f}) = (\underline{a})R[X]: IR[X]$为$I$ 对于生成元列$\underline{f}$ 的一般$s$-剩余交

首先讨论剩余交在形变下的变化情况

**引理2 1** 设$I$ 是CM 局部环$R$ 的SCM 理想且满足$G_\infty$条件, 并设$(S, J)$是$(R, I)$的一个形变, 则

(1) $S$ 是CM 环;

(2) 若$R$ 是Gorenstein 的, 则$S$ 亦然;

(3) $J$ 也满足$G_\infty$条件;

(4) $J$ 也是SCM 的

**证明** (1) 由形变的定义和[9]中练习17. 4易证

(2) 由[9]中练习18 1的结论易知

(3)、(4)参见[7]中引理2 1的证明

**定理2 2** 设$R$ 是Gorenstein 局部环, $I$ 是$R$ 的SCM 理想且满足$G_\infty$条件, 设$(S, J)$是$(R, I)$的一个形变, 若$\overline{I}$是$I$ 在$R$ 中的一个$s$-剩余交, 则存在$J$ 在$S$ 中的一个$s$-剩余交$\overline{J}$, 使得$(S, \overline{J})$是$(R, \overline{I})$的一个形变

**证明** 由引理2 1可知$S$ 是Gorenstein 局部环, 且$J$ 也是SCM 且满足$G_\infty$条件, 假设

$$(S/(\underline{a}), (J, \underline{a})/(\underline{a})) \cong (R, I),$$

其中$\underline{a} \subset S$, $\underline{a} = a_1, \cdots, a_n$ 是正则$S$, $S/J$ 一列

设$\mathrm{grade}(I) = g = \mathrm{grade}(J)$, $s \geq g$, 设$A = (f_1, \cdots, f_s) \subset I$, $\overline{I} = A : I$ 是$I$ 的$s$-剩余交, 令$f_i = g_i + (\underline{a})$, $1 \leq i \leq s$, 其中$g_i \in J$. 设$B = (g_1, \cdots, g_s)$, 则$B \subset J$. 令$\overline{J} = B : J$, 则$ht(J) \geq s$, 从而$\overline{J}$是$J$ 的一个$s$-剩余交 且

$$\overline{J}/(\underline{a}) = (B : J)/(\underline{a}) = B/(\underline{a}) : (J, \underline{a})/(\underline{a}) = (A : I) = \overline{I},$$

因而$(S, \overline{J})$是$(R, \overline{I})$的一个形变

下面给出理想$I$ 是SGCM 且满足$G_{s+1}$条件时, 其一般剩余交的几个性质

**定理2 3** 设$I$ 是CM 局部环$R$ 的SGCM 理想且满足$G_{s+1}$条件, $s \geq ht(I) = g > 0$, 设$J =$

$RI(s;I)=\underline{a}S \because IS\subset S=R[X]$是$I$的一个一般$s$-剩余交，则

(1) $J$是$IS$的一个几何$s$-剩余交;

(2) 若$q\in V(J)\subset \mathrm{Spec}(S)$，则$\mathrm{depth}(S_q/\underline{a}S_q)=\dim(S_q)-s$;

(3) $S/J$是GCM，且$ht(J)=s$;

(4) $IS\cap J=\underline{a}S$;

(5) $IS/\underline{a}S$是秩为1的GCM $S/J$-模

证明　由[5]中引理2.6可知(1)成立.由定理1.1(4)可知(2)成立.根据同构定理有

$$(IS+J)/J\cong IS/(IS\cap J).$$

故由定理1.1可知(3)、(4)、(5)成立

对于一般剩余交的可光滑性，有

定理2.4　设$R$是正则局部环，$I$是$R$的SCM完全理想，$s\geq g=\mathrm{grad}(I)\geq 1$，$k>0$，假设对每个满足$ht(p)\leq s+k$的$p\in V(I)$，$\mu(I_p)\leq\max\{g,ht(p)-k\}$. $J=RI(s;I)\subset S=R[X]$是$I$的一般$s$-剩余交，则$(S,J)$是余维数$l=\min\{k,s-g+3\}$可光滑的，且$(S,IS+J)$是余维数$l-1$可光滑的

证明　由[7]中定理2.4(a)可知，$J$满足$(CI_l)$，$IS+J$满足$(CI_{l-1})$. 再由[6]中定理3.10，即知此定理成立

当理想$I$有Sliding depth时[3]，其一般剩余交的CM性，可用前法证明，即有

定理2.5　设$R$是CM局部环，理想$I$有Sliding depth，且满足$G_{s+1}$条件，$s\geq ht(I)=g>0$，设$J=RI(s;I)=\underline{a}S: IS\subset S=R[X]$是$I$的一般$s$-剩余交，则有

(1) $J$是$IS$的一个几何$s$-剩余交;

(2) $S/J$是CM的，且$ht(J)=s$;

(3) 若$\theta\in V(J)\subset\mathrm{Spec}(S)$，则$\mathrm{depth}(S_\theta/\underline{a}S_\theta)=\dim(S_\theta)-s$;

(4) $IS/\underline{a}S$是秩为1的CM $S/J$-模;

(5) $IS\cap J=\underline{a}S$.

定理2.6　设$R$是CM局部环，$I$是$R$的有Sliding depth的理想且满足$G_\infty$条件，则

(1) $\mathrm{Sym}(I)\cong R(I)$是CM的;

(2) $\mathrm{Sym}(I/I^2)\cong \mathrm{Gr}_I(R)$是CM的

衷心感谢导师谢邦杰教授、牛凤文教授的指导！感谢导师王仁宏教授的关怀和鼓励！

## 参　考　文　献


[1] M. Artin and M. Nagata, *Residual intersection in Cohen-Macaulay rings*, J. Math. Kyoto Univ., 12(1972), 307-323.

[2] Y. C. Guo and Q. C. Tian, *Linkage and strongly generalized Cohen-Macaulayness*, Proceeding of the First China-Japan International Symposium on Ring Theory, Gulin, 1992, 52-53.

[3] J. Herzog, W. Vasconcelos and R. Villarreal, *Ideals with sliding depth*, Nagoya Math. J., 90(1985), 159-172.

[4] C. Huneke, *Strongly Cohen-Macanlay schemes and residual intersection*, Trans. A. M. S., 277

(1983), 736- 763.

[5] C. Huneke and B. Ulrich, *Residual intersection*, J. Reine Angew. Math., 390(1988), 1- 20.

[6] C. Huneke and B. Ulrich, *Algebraic linkage*, Duke Math. J., 56(1988), 415- 429.

[7] C. Huneke and B. Ulrich, *Generic Residual Intersection*, Lecture Notes in Math., 1430(1990), 47 - 60.

[8] C. Huneke and B. Ulrich, *Powers of Licci Ideals*, Commutative Algebra, Springer, 1989.

[9] H. Matsumura, *Commutative Ring Theory*, Cambridge University Press, 1986.

[10] N. V. Trung, *Toward a theory of generalized Cohen-Macaulay modules*, Nagoya Math. J., 102 (1986), 1- 49.

[11] G. Valla, *On the Symmetric and Rees algebra of an ideal*, Manuscripta Math., 30(1980), 239-255.

[12] **王文举, 连锁类的几个不变性质,**

# Some Properties of Residual Intersection and Generic Residual Intersection

*Wang Wenju*

(Inst. of Math. Sci., Dalian University of Technology, 116024)

**Abstract**

This paper gives some properties of the residual intersections and the generic residual intersections, discuss the generalized Cohen-Macaulayness and its change under deformations. We also discuss the generalized Cohen-Macaulayness, Cohen-Macaulayness and smoothability of the generic resdual intersections.

**Keywords** residual intersection, generic residual intersection, Cohen-Macaulayness, generalized Cohen-Macaulayness, smoothability.