第24卷第4期
2004年11月
数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol. 24 No. 4
Nov. 2004

局部有限超拓扑的局部紧性*

宋春玲[1]，　谢　琳[2]，　夏尊铨[1]
(1. 大连理工大学应用数学系，辽宁 大连 116024；2. 辽宁师范大学数学系，辽宁 大连 116029)

摘　要：本文讨论了赋予局部有限拓扑的非空闭子集超空间的局部紧性. 主要结果是：X 正则，则其闭子集超空间局部紧当且仅当 X 可表示成一个紧空间与一个离散空间的拓扑和.

关键词：局部有限拓扑；超空间；局部紧.
分类号：AMS(2000) 54B20/CLC number：O118.1
文献标识码：A　　　**文章编号**：1000-341X(2004)04-0705-05

1 引　言

超空间上有许多不同的相容拓扑. 在 1987 年以前，最常见，也是被讨论得最多的是所谓有限拓扑，即 Vietoris 拓扑. 1951 年，E. Michael 对于赋予有限拓扑的超空间性质进行了系统的讨论[1]. 尽管有限拓扑有广泛应用，但对闭子集超空间而言，这个拓扑毕竟显得太粗了. 另一方面，虽然在紧子集超空间上，由 Hausdorff 度量诱导的拓扑与有限拓扑一致，但在闭子集超空间上，两者之间却没有可以把握的内在联系，即由基本空间里等价的度量所诱导的超空间上的 Hausdorff 度量未必等价. 1987 年，G. A. Beer 等人在考察闭集值映射的可测选择时，曾指出：由于 Hausdorff 度量不是拓扑不变性，使可测性讨论严格依赖于基本空间特殊度量的选择，并不是人们所期望的. 于是他们讨论了一种新的拓扑[5]，即包含了基本空间里所有拓扑等价的度量所诱导的 Hausdorff 度量拓扑的最小拓扑. 他们证明了这种拓扑只与基本空间的拓扑有关，而与其度量无关，这个拓扑便是“局部有限拓扑”. 由于局部有限拓扑的定义不必依赖于基本空间的可度量性，于是它便成为一般超空间的一种新的有理论意义的拓扑. 相应地，关于有限拓扑与局部有限拓扑在结构性质上差异的研究也成为一个值得注意的课题.

关于超空间上局部紧性的刻画问题，最早是在 1951 年由 Michael 提出来的. 他指出：赋予有限拓扑的超空间局部紧当且仅当基本空间局部紧[1]. 而在 1977 年，有人给出了基本空间局部紧，但赋予有限拓扑的超空间却不是局部紧的例子[2]，这表明 Michael 的上述结果是不正确的，但当时却没有进一步完整的结果. 直到 1983 年，才有了关于有限超拓扑局部紧性的一个完整刻画：在必要的分离性条件下，闭子集超空间局部紧当且仅当基本空间紧[3]. 而对于局部有

* 收稿日期：2002-01-15
作者简介：宋春玲(1977-)，女，博士研究生.

限超拓扑尚未见到关于其局部紧性的任何结果.由于局部有限超拓扑在结构上更难于把握,所以关于其局部紧性的讨论也远比有限拓扑情况复杂,本文将对其局部有限超拓扑为局部紧的空间给出一个完整的刻画.

2　基本概念与符号

本文所讨论的拓扑空间都是满足 T_1 分离公理的,且局部紧的概念都是在 Hausdorff 条件下使用的.设 X 是一拓扑空间,记

$$2^X = \{A \subseteq X : A \text{ 是非空闭集}\}.$$

若 $\mathscr{U}$ 是 X 的一个子集族,记 $\langle\mathscr{U}\rangle = \{A \in 2^X : A \subseteq \bigcup\mathscr{U}$,且对任意 $U \in \mathscr{U}, A \cap U \neq \varnothing\}$.

当 $\mathscr{U} = \{V_i : i = 1,2,\cdots,n\}$ 时,我们常以 $\langle V_1, V_2, \cdots, V_n\rangle$ 表示 $\langle\mathscr{U}\rangle$.为了在某些场合下进行区别,当 $\mathscr{U} = \mathscr{V} \cup \mathscr{W}$ 时,以 $\langle\mathscr{V}, \mathscr{W}\rangle$ 表示 $\langle\mathscr{U}\rangle$.特别地,$\langle V_1, V_2, \cdots, V_n; \mathscr{U}\rangle \overset{\triangle}{=} \langle\{V_i : i = 1, 2, \cdots, n\} \cup \mathscr{U}\rangle$.另外,我们用 $\overline{V}$ 表示 V 在 X 中的闭包,用 $\mathrm{cl}(\mathscr{A})$ 表示 $\mathscr{A}$ 在 2^X 中的闭包.

可以验证,$\{\langle\mathscr{U}\rangle : \mathscr{U}$ 是 X 的非空的局部有限的开集族$\}$ 构成超空间 2^X 上的一个拓扑基,由这个拓扑基生成的拓扑称为局部有限拓扑.下面出现的 2^X 都表示赋予局部有限拓扑的拓扑空间,其它未规定的符号采自文献[2].

3　关于 2^X 的局部紧性

对一个弱紧空间而言,其任意局部有限开集族是有限的,所以应该有

命题　若 X 弱紧,则以 X 为基本空间的超空间上的有限拓扑与局部有限拓扑是相同的.

于是由关于有限拓扑的结论[3],我们有

推论　X 为正则空间,若 X 紧,则 2^X 局部紧(2^X 也是紧的).

但与有限拓扑不同,X 的紧性并不是 2^X 局部紧的必要条件.

例 1　设 X 为无穷的离散拓扑空间,则 2^X 是离散的拓扑空间,从而局部紧,但 X 显然不是紧的.

2^X 局部紧,X 作为 2^X 的闭子空间也必定局部紧.然而,X 局部紧却不能保证 2^X 局部紧.

例 2　对任意 $i \in \omega$,记 $I_i = I = [0,1]$,$X = \bigoplus_{i\in\omega} I_i = \bigcup_{i\in\omega}(I \times \{i\})$.$X$ 作为可数个 I 的拓扑和必然是局部紧的.但是,可以证明,对 X 的任意闭子集 A,如果存在 ω 中的无限多个 i,使 $A \cap (I \times \{i\})$ 不是单点集,那么 A 在 2^X 中无紧邻域(证明方法可参照下面的引理 1),因而 2^X 不是局部紧的.

上述结论表明,使 2^X 局部紧的等价条件应该是介于 X 的紧性与 X 的局部紧性之间的某些性质,下面的引理给出了一个重要的特征.

引理 1　$\mathscr{U}$ 是正则空间 X 中的局部有限族,若 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 是 2^X 的紧子集,则 $\mathscr{U}$ 中只能有有限个元不是单点集.

证明　假设有无穷多个 $V \in \mathscr{U}$,使得 V 不是单点集.定义

$$A_V=\begin{cases}\{a_V,b_V\}, & \text{当 } V \text{ 不是单点集时}, a_V,b_V \text{ 是 } V \text{ 中选定的不同的两点;}\\ V, & \text{当 } V \text{ 是单点集时}.\end{cases}$$

记 $\mathscr{A}=\{A_V:V\in\mathscr{U}\}$, $A=\bigcup\mathscr{A}$.

由 $\mathscr{U}$ 是局部有限族，不难看出，A 是 X 的离散闭集，并且 A 的任意子集均是 X 的离散闭集.

而对任意 $B\in 2^X\backslash 2^A$，取 $x\in B\backslash A$. 由 X 是正则的，知存在 V,W 分别是 x 和 A 的开邻域，且 $V\cap W=\varnothing$. 容易验证，$\langle X,V\rangle$ 是 B 的一个开邻域，且 $\langle X,V\rangle\cap 2^A=\varnothing$. 所以 2^A 是 2^X 的闭子集.

记 $\mathscr{A}^C=\{f:f$ 是 $\mathscr{A}$ 到 A 的选择函数$\}$.

对每个 $f\in\mathscr{A}^C$，记 $A_f=f[\mathscr{A}]=\{f(A_V):V\in\mathscr{U}\}$, $\mathscr{A}_C=\{A_f:f\in\mathscr{A}^C\}$. 不难验证，$\mathscr{A}_C$ 的基数不小于连续统势. 取 $\mathscr{B}=2^A\cap\langle\mathscr{U}\rangle$，由 $\mathscr{A}_C$ 的定义知，$\mathscr{A}_C\subseteq\mathscr{B}$. 又由 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 紧及 2^A 闭知 $\mathscr{B}$ 是 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 的闭子集，从而是 2^A 的紧子空间. 另一方面，我们注意到 A 作为 X 的子空间，其拓扑是离散的，所以 2^A 是离散空间. 这样 $\mathscr{A}_C$ 是 $\mathscr{B}$ 的无穷离散闭子集，而这是不可能的. 所以 $\mathscr{U}$ 中只能有有限个元不是单点集.

引理 2 X 是正则空间，则 2^X 是 Hausdorff 的[4].

引理 3 X 是正则空间，$\mathscr{V}$ 是 X 中的局部有限族，则在 2^X 中，$\langle\overline{V}\rangle_{V\in\mathscr{V}}=\mathrm{cl}(\langle V\rangle_{V\in\mathscr{V}})$.

证明 当 $\mathscr{V}$ 是有限集族时，结论成立. 注意到局部有限族是 X 中的闭包保持族，所以证明方式与 $\mathscr{V}$ 是有限的情况完全相似.

引理 4 $\mathscr{V}$ 与 $\mathscr{W}$ 是拓扑空间 X 的局部有限族，则 $\langle\mathscr{V}\rangle\subseteq\langle\mathscr{W}\rangle$ 当且仅当 $\bigcup\mathscr{V}\subseteq\bigcup\mathscr{W}$，且对每个 $W\in\mathscr{W}$，存在 $V\in\mathscr{V}$，使得 $V\subseteq W$[5].

引理 5 $\mathscr{U}$ 是正则空间 X 的局部有限族，记其中单点集组成的子族为 $\mathscr{U}_1$，若 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 是 2^X 中的紧集，则对每个 $U\in\mathscr{U}$，$U\backslash\bigcup\mathscr{U}_1$ 是 X 的紧集(在以下证明中，记 $\mathscr{U}_2=\mathscr{U}\backslash\mathscr{U}_1$).

证明 只需考虑 $\mathscr{U}_2$ 中的元，首先假设 U 是 $\mathscr{U}$ 中的极小元(按集包含关系). 由于对每个 $V\in\mathscr{U}$, $V\not\subseteq U$，可取定一点 $x_V\in V\backslash U$. 若 $\mathscr{W}=\{W_\alpha:\alpha\in A\}$ 是 U 的一个开覆盖，不妨设对每个 $\alpha\in A$, $W_\alpha\cap\{x_V:V\in\mathscr{U}$ 且 $V\neq U\}=\varnothing$. 容易看出，$\{\langle X,W_\alpha\rangle:\alpha\in A\}$ 是 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 的一个开覆盖. 由 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 紧，知存在有限子覆盖 $\{\langle X,W_{\alpha_i}\rangle:i=1,2,\cdots,n,\alpha_i\in A\}$. 如果 $U\not\subseteq\bigcup\limits_{i=1}^{n}W_{\alpha_i}$，取 $x_U\in U\backslash\bigcup\limits_{i=1}^{n}W_{\alpha_i}$，令 $B=\{x_U\}\cup\{x_V:V\in\mathscr{U}$ 且 $V\neq U\}$，则 $B\in\langle\mathscr{U}\rangle$，但对每个 $i\leqslant n$, $B\notin\langle X,W_{\alpha_i}\rangle$. 这与 $\{\langle X,W_{\alpha_i}\rangle:i=1,2,\cdots,n,\alpha_i\in A\}$ 是 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 的覆盖矛盾，从而 $U\subseteq\bigcup\limits_{i=1}^{n}W_{\alpha_i}$，即 U 紧.

现考虑一般情况，设 U 不是 $\mathscr{U}$ 的极小元. 由 X 是正则的及引理 3，可知 U 是闭集. 记 $U'=U\backslash\bigcup\mathscr{U}_1$. 注意到 $\bigcup\mathscr{U}_1$ 是 $\bigcup\mathscr{U}$ 的开且闭的子集，所以 U' 仍是 X 的闭子集. 又由引理 1，知 $\mathscr{U}$ 中只有有限个不是单点集，因而 $\mathscr{U}_2$ 中是 U 的子集的元只能是有限个，设之为 $V_1,V_2,\cdots,V_n$. 由基本空间是 Hausdorff 的及每个 V_i 都不是单点集，我们可以取到 $V'_1,V'_2,\cdots,V'_n$，它们都是子空间 U' 中的开集，具有如下性质：

(1) 对 $i\leqslant n$, $V'_i\cap V_i\neq\varnothing$ 且 $V_i\backslash V'_i\neq\varnothing$.

(2) 对 $i,j\leqslant n$，当 $V'_i\neq V'_j$ 时，$V'_i\cap V'_j=\varnothing$.

(3) 对 $i,j\leqslant n$，当 $\overline{V}'_i\neq\overline{V}'_j$ 时，$\overline{V}'_i\not\subseteq\overline{V}'_j$ 且 $\overline{V}'_j\not\subseteq\overline{V}'_i$.

(4) 令 $\mathscr{W}=\{\overline{V'_i}: i=1,2,\cdots,n\}\cup\mathscr{U}$，则对每个 $i\leqslant n$，$\overline{V'_i}$ 是 $\mathscr{W}$ 中的极小元.

其中(2)，(3) 是为了保证(4).

令 $U''=U'\setminus\bigcup_{i=1}^{n}V'_i$. 容易看出，$U''$ 仍是 X 的闭子集. 若 $U''\neq\varnothing$，记 $\mathscr{U}'=\{U''\}\cup\{V: V\in\mathscr{U}$ 且 $V\neq U\}$. 由引理 2 及引理 4 知，$\langle\mathscr{U}'\rangle$ 是 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 的闭子集. 又因为 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 紧，所以 $\langle\mathscr{U}'\rangle$ 紧. 性质(1) 保证 U'' 是 $\mathscr{U}'$ 的极小元，根据证明的第一部分可知，U'' 是紧的. 另外，容易验证，$\langle\overline{V'_1},\overline{V'_2},\cdots,\overline{V'_n};\mathscr{U}\rangle$ 是 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 的闭子集，从而紧. 由性质(4) 及证明的第一部分知，对每个 $i\leqslant n$，$\overline{V'_i}$ 都是紧的. 所以由 $U'=U''\cup(\bigcup_{i=1}^{n}\overline{V'_i})$，知 U' 也是 X 的紧集. 当 $U''=\varnothing$ 时，$U'=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{V'_i}$，所以也是紧的.

□

引理 6 $\mathscr{U}$ 是拓扑空间 X 的局部有限族，且只有有限个元不是单点集，记其中单点集构成的子族为 $\mathscr{U}_1$，$\mathscr{U}_2=\mathscr{U}\setminus\mathscr{U}_1$，有如下结论：

(1) 若对每个 $U\in\mathscr{U}_2$，$U\cap(\bigcup\mathscr{U}_1)=\varnothing$ 且 U 在 X 中紧，则 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 是 2^X 的紧集.

(2) 若对每个 $U\in\mathscr{U}_2$，$\overline{U}\setminus(\bigcup\mathscr{U}_1)$ 是 X 的紧子集，则 $\{\langle\overline{U}\rangle\}_{U\in\mathscr{U}}$ 是 2^X 的紧集.

证明 (1) 由 $\mathscr{U}_1$ 是局部有限族，易知 $\bigcup\mathscr{U}_1$ 闭. 记 $C=\bigcup\mathscr{U}_1$. 定义从 $\langle\mathscr{U}_2\rangle$ 到 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 的映射 $f: B\mapsto B\cup C$. 对任意 $B_0\in\langle\mathscr{U}_2\rangle$，设 $\langle\mathscr{V}\rangle$ 是 $f(B_0)$ 在 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 中的一个开邻域，记 $\mathscr{W}=\{W$: 存在 $V\in\mathscr{V}$，使得 $W=V\setminus C$，且 $W\cap B_0\neq\varnothing\}$. 我们将证明 $\langle\mathscr{W}\rangle$ 是 B_0 在 $\langle\mathscr{U}_2\rangle$ 中的一个开邻域且 $f[\langle\mathscr{W}\rangle]\subseteq\langle\mathscr{V}\rangle$，从而 f 连续.

首先，由 $\langle\mathscr{V}\rangle\subseteq\langle\mathscr{U}\rangle$ 及引理 4 知，$\bigcup\mathscr{V}\subseteq\bigcup\mathscr{U}$. 所以 $\bigcup\mathscr{W}\subseteq\bigcup\mathscr{V}\setminus C\subseteq\bigcup\mathscr{U}\setminus C\subseteq\bigcup\mathscr{U}_2$. 又对每个 $U\in\mathscr{U}_2$，既然 $\langle\mathscr{V}\rangle\subseteq\langle\mathscr{U}\rangle$，必存在 $V\in\mathscr{V}$，使得 $V\subseteq U$. 由(1) 中所设条件易知 $V\in\mathscr{W}$. 于是由引理 4 知 $\langle\mathscr{W}\rangle\subseteq\langle\mathscr{U}_2\rangle$. 而由 $\mathscr{W}$ 的定义显然有 $B_0\in\langle\mathscr{W}\rangle$ 及 $\langle\mathscr{W}\rangle$ 是 $\langle\mathscr{U}_2\rangle$ 的开子集.

剩下的只需说明 $f[\langle\mathscr{W}\rangle]\subseteq\langle\mathscr{V}\rangle$. 对任意 $E_0\in f[\langle\mathscr{W}\rangle]$，存在 $B_0\in\langle\mathscr{W}\rangle$，使 $E_0=B_0\cup C$，其中 $B_0\subseteq\bigcup\mathscr{W}\subseteq\bigcup\mathscr{V}\setminus C$. 由 $\langle\mathscr{V}\rangle\subseteq\langle\mathscr{U}\rangle$ 及引理 4 知 $C\subseteq\bigcup\mathscr{V}$，所以 $E_0\subseteq\bigcup\mathscr{V}$. 对任意 $V\in\mathscr{V}$，若 $(V\setminus C)\cap B_0\neq\varnothing$，显然 $V\cap E_0\neq\varnothing$；若 $(V\setminus C)\cap B_0=\varnothing$，则 $V\cap C\neq\varnothing$，否则 $V\cap f(B_0)=V\cap B_0=W\cap B_0=\varnothing$，这与 $f(B_0)\in\langle\mathscr{V}\rangle$ 矛盾. 综上可知 $f[\langle\mathscr{W}\rangle]\subseteq\langle\mathscr{V}\rangle$. 注意到对每个 $U\in\mathscr{U}_2$，$U\cap(\bigcup\mathscr{U}_1)=\varnothing$，故 f 是连续的满映射. 由超空间有限拓扑的局部紧性的结果[3]，知 $\langle\mathscr{U}_2\rangle$ 紧，从而 $\langle\mathscr{U}\rangle$ 紧.

(2) 记 $\mathscr{V}=\{V$: 存在 $U\in\mathscr{U}_2$，使 $V=\overline{U}\setminus\bigcup\mathscr{U}_1\}$；

$\mathscr{V}_1=\{V\in\mathscr{V}$: 存在 $U\in\mathscr{U}_2$，$V=\overline{U}\setminus\bigcup\mathscr{U}_1$ 且 $V\neq\overline{U}\}$；

$\mathscr{V}_2=\mathscr{V}\setminus\mathscr{V}_1$.

我们注意到 $\langle\overline{U}\rangle\}_{U\in\mathscr{U}}\subseteq\bigcup_{\mathscr{A}\subseteq\mathscr{V}_1}\langle\mathscr{A};\mathscr{V}_2;\mathscr{U}_1\rangle$. 这是因为任给 $B\in\langle\overline{U}\rangle_{U\in\mathscr{U}}$，记 $\mathscr{A}_1=\{V\in\mathscr{V}_1: B\cap V\neq\varnothing\}$，则 $B\in\langle\mathscr{A}_1;\mathscr{V}_2;\mathscr{U}_1\rangle$. 又因为 $\mathscr{V}_1$ 是有限集族，且由证明的第一部分知，对每个 $\mathscr{A}\subseteq\mathscr{V}_1$，$\langle\mathscr{A};\mathscr{V}_2;\mathscr{U}_1\rangle$ 是 2^X 的紧集. 故 $\langle\overline{U}\rangle_{U\in\mathscr{U}}$ 作为 $\bigcup_{\mathscr{A}\subseteq\mathscr{V}_1}\langle\mathscr{A};\mathscr{V}_2;\mathscr{U}_1\rangle$ 的闭子集是紧的.

□

由引理 5 及引理 6 立即可得

推论 $\mathscr{U}$ 是正则空间 X 的局部有限开集族，记 $\mathscr{U}_1$ 是 $\mathscr{U}$ 中的单点集构成的子族，$\mathscr{U}_2=\mathscr{U}\setminus\mathscr{U}_1$. $\langle\overline{U}\rangle_{U\in\mathscr{U}}$ 在 2^X 中紧当且仅当 $\mathscr{U}$ 中只有有限个元不是单点集，且对每个 $U\in\mathscr{U}_2$，$\overline{U}\setminus$

$\bigcup \mathscr{U}_1$ 是 X 的紧集.

引理 7 记 OP 是正则空间 X 的开点(离散点)集,若 2^X 局部紧,则 X 局部紧,且 $X\backslash OP$ 是紧的.

证明 X 局部紧是显然的. 只需证明 $X\backslash OP$ 紧,由上面的推论知,X 在 2^X 中必具有形如 $\langle \overline{V}_1,\cdots,\overline{V}_n;\mathscr{U}\rangle$ 的紧邻域,其中 $\mathscr{U}$ 中的每个元都是 OP 的单点子集,且对每个 $i\leqslant n$,$\overline{V}_i\backslash \bigcup \mathscr{U}$ 是紧的. 不难看出,$X\backslash OP$ 是 $\bigcup_{i=1}^{n}(\overline{V}_i\backslash \bigcup \mathscr{U})$ 的闭子集,从而紧. □

现在我们可以得到如下一个在结构上十分清晰的结论.

定理 X 正则,则 2^X 局部紧当且仅当 X 可表示成一个紧空间与一个离散空间的拓扑和.

证明 由引理 6,充分性显然,只证必要性. 记 OP 为 X 中的开点集,$A=X\backslash OP$. 由引理 7 知,A 紧. 再由 X 局部紧,知存在 A 的一个开邻域 W,使 $\overline{W}$ 是紧的. 但因每个 $X\backslash W$ 中的点都是开点,故 $\overline{W}=W$,即 W 是一个开紧集. 于是 X 是紧空间 W 与离散空间 $X\backslash W$ 的拓扑和. □

推论 X 正则,若 X 中只有有限个开点,则 2^X 局部紧当且仅当 X 紧.

参考文献:

[1] MICHAEL E. *Topologies on spaces of subset* [J]. Trans. Amer. Math. Soc., 1951, **71**: 152—182.

[2] ENGELKING R. *General Topology* [M]. Warszawa., 1977, 306—307.

[3] 谢 琳. 关于超空间局部紧致性的一些结果 [J]. 数学学报, 1983, **6**: 650—656.
XIE Lin. *Some results of locally compactness for hyperspace* [J]. Acta Math. Sinica, 1983, **6**: 650—656. (in Chinese)

[4] NAIMPALLY S A, SHARMA P L. *Fine uniformity and the locally finite hyperspace topology* [J]. Proc. Amer. Math. Soc., 1988, **103**: 641—646.

[5] BEER G, HIMMELBERG C J, PRIKRY K. et al. *The locally finite topology on* 2^X[J]. Proc . Amer. Math. Soc., 1987, **101**: 163—172.

Local Compactness of Locally Finite Topology

SONG Chun-ling[1], XIE Lin[2], XIA Zun-quan[1]

(1. Dept. of Appl. Math., Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Dept. of Math., Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: In this paper the local compactness of the nonempty closed subsets hyperspaces with locally finite topology is discussed. The main result is as follows: Let X be a regular space, then the nonempty closed subsets hyperspace is locally compact iff X can be represented as the sum of a compact space and a discrete space.

Key words: locally finite topology; hyperspace; locally compact.